



www.hapetek.co.il

מבוא להתקני מוליכים למחצה

מותאם לקורס 044127 של הטכניון

ייתכנו שגיאות! בבקשה לשלוח תיקונים ל avi.bandel@gmail.com

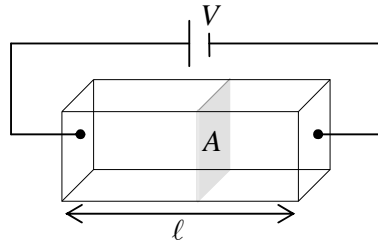
עדכון אחרון : 13/8/2014

תוכן עניינים

2	תוכן עניינים
3	פרק 1 - מבנה מוליך למחצה ותכונותיו הבסיסיות
3	המבנה הכימי של חומר מוליך למחצה
4	אנרגיה תרמית של חומר
5	סיגים / מסממים
6	רמות אנרגיה בגביש מוליך למחצה
8	משוואת הניטרליות
11	זרמים חשמליים במל"מ
15	גנרציה אופטית
18	משוואות הרציפות
21	ניסוי היינס-שוקלי
22	אכלוס נושאי מטען בפסי אנרגיה
27	ריכוז סיגים משתנה
29	פרק 2 – צומת PN (דיודה)
30	ייצוג צומת PN בעזרת מודל פסי אנרגיה
32	צומת מדרגה חד-צדדי
33	צומת מדרגה כללי
34	צומת ליניארי
35	ממתח חיצוני על דיודה
36	דיודה בממתח קדמי
39	דיודה כרכיב במעגל חשמלי
41	פוטו-דיודה
41	גנרציה ורקומבינציה בשכבת המחסור
42	השפעת הטמפרטורה על דיודה
43	פריצה בדיודה (BREAKDOWN)
44	מידול הדיודה (MODELING)
45	קיבולים בדיודה
47	פרק 3 - קבל MOS
48	תמונת פסי האנרגיה
49	פסי האנרגיה בממתח חיצוני
54	הקיבול של קבל MOS
57	פרק 4 - טרנזיסטור MOS
61	שימושי הטרנזיסטור
63	אפקט המצע (BODY EFFECT)
63	טכנולוגית המזעור (SCALING) ואפקטים שלה
67	מעגל תמורה לאות גדול
68	מעגל תמורה לאות קטן
69	פרק 5 - הטרנזיסטור הבי-פולארי
72	תופעות מעשיות בטרנזיסטור ביפולארי
74	מידול הטרנזיסטור הביפולארי
75	אזורי הפעולה של הטרנזיסטור הבי-פולארי
76	מודל אברס-מול (EBERS-MOLL) לטרנזיסטור בי-פולארי
77	אופייני הטרנזיסטור
79	חיבור טרנזיסטור ביפולארי כמגבר
80	מעגלי תמורה לטרנזיסטור בי-פולארי
82	הטרנזיסטור הבי-פולארי כחלק ממעגל משולב (INTEGRATED CIRCUIT)

פרק 1 - מבנה מוליך למחצה ותכונותיו הבסיסיות

ראשית - תזכורת לגבי מוליכים. נביט בהתקן פשוט - נגד.



איור 1: נגד - חומר מוליך

כאשר המתח בין ההדקים V , ע"פ חוק אוהם מתקיים הקשר

$$V = IR$$

התנגדות הנגד נתונה ע"י

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

כאשר ρ היא ההתנגדות סגולית של החומר ממנו עשוי הנגד, ביחידות של $[\Omega \cdot cm]$. בצורתו ה"תיאורטית", חוק אוהם ניתן ע"י

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

כאשר המוליכות הסגולית מוגדרת

$$\sigma \triangleq \frac{1}{\rho}$$

סדרי גודל של התנגדויות סגוליות של חומרים:

1. מוליכים – התנגדות סגולית $[\Omega cm]$ $\rho < 10^{-5}$
2. מבודדים – התנגדות סגולית $[\Omega cm]$ $\rho > 10^6$
3. מוליכים למחצה – התנגדות סגולית בתחום בעל גודל של 10 סדרי גודל, וניתן לשלוט על המוליכות.

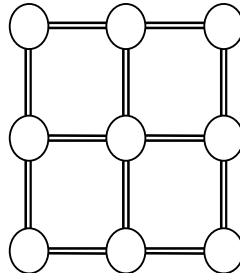
המבנה הכימי של חומר מוליך למחצה

נזכיר שלפי מודל אטום המימן של בוהר, האלקטרונים באטום מאוכלסים בקליפות. נגדיר את ערכיות החומר: מספר האלקטרונים בקליפה החיצונית ביותר.

בטבלה המחזורית של החומרים, ניתן לראות את החומרים בעלי ערכיות 4, והם פחמן C , סיליקון Si , וגרמניום Ge . יסודות אלו יוצרים גבישים בעלי מבנה של יהלום.

למרות שישנם שימושים למוליכים למחצה אחרים, סיליקון הוא החומר השכיח ביותר, כי הוא פשוט לעיבוד: כאשר מחממים אותו, הוא "מצפה את עצמו" בתחמוצת טבעית, SiO_2 , וזהו מבודד טוב ושימושי.

באיור 2 אנו רואים מודל של מבנה גביש הסיליקון, באופן דו-ממדי. במציאות, האטומים המשוורטטים כעיגולים, מסודרים בצורה תלת ממדית, כשלכל אטום ארבעה שכנים.



איור 2: קשרים בין אטומי סיליקון

הקווים המחברים את האטומים מסמנים קשרים כימיים שנקראים "קשרים קוולנטיים". קשרים קוולנטיים הם קשרים בהם אלקטרונים של אטומים שכנים מקיפים את האטום ואת שכניו. לכל אטום סיליקון יש 4 אלקטרונים שחופשיים לנוע בצורה זו (כי סיליקון הוא בעל ערכיות 4), ולכן כל אטום מוקף ע"י 8 אלקטרונים – 4 שלו ו 4 נוספים מארבעת שכניו. הגביש הוא מעיין מולקולת-ענק – אטומים קשורים ע"י אלקטרונים משותפים, מה שנותן את יציבות המבנה.

בטמפרטורות נמוכות שקרובות לאפס המוחלט (-273°C (צלזיוס), או 0°K (קלווין)), הגביש לא יוליד זרם חשמלי, כי האלקטרונים לא יהיו חופשיים לנוע בגביש – כולם קשורים. ככל שהטמפרטורה עולה, יש לאלקטרונים יותר "אנרגיה תרמית", ולכן יש סיכוי גדול יותר שהקשרים בין האטומים ייקרעו. בטמפרטורת החדר ($300^{\circ}\text{K} = 27^{\circ}\text{C}$), החומר יתחיל להוליך, בגלל הקשרים שנקרעים.

אנרגיה תרמית של חומר

טמפרטורה מתבטאת בתנועה של החלקיקים בגביש. עבור כל דרגת חופש (מימד תנועה אפשרי), האנרגיה התרמית היא

$$E_{th} = \frac{1}{2}kT$$

כאשר

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] = 8.617 \cdot 10^{-5} \left[\frac{\text{eV}}{\text{K}} \right]$$

קבוע בולצמן.

וכך, עבור תנועה בשלושה מימדים נקבל אנרגיה תרמית של

$$E_{th} = 3 \cdot \frac{1}{2}kT = \frac{3}{2}kT$$

ביחידות של $[eV]$, בטמפרטורת החדר ($T = 300^{\circ}\text{K}$), נקבל אנרגיה תרמית של

$$\frac{kT}{q} = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \sim 0.026 [eV] = 26m [eV]$$

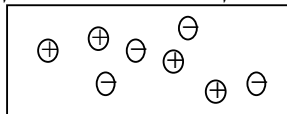
ידוע שהאנרגיה הדרושה לקריעת קשר של אלקטרון מאטום (יינון) בסיליקון היא

$$E_{ionization} = 1.12 [eV]$$

ניתן לחשב את המהירות התרמית שיקבל אלקטרון שניתק מקשר עם אטום, בטמפרטורת החדר:

$$\frac{1}{2} m_e v_{th}^2 = \frac{3}{2} kT \Rightarrow v_{th} \sim 10^5 \left[\frac{m}{sec} \right]$$

מהירות זו לא תורמת לתנועת האלקטרון, אלא לתנועה תרמית, כי הוא מתנגש ללא הרף בשכניו כך שבסה"כ הוא סטטי. אם יופעל שדה חיצוני על החומר, תהיה לאלקטרון סחיפה מסוימת, בעודו מבצע תנועה אקראית. כאשר עולה הטמפרטורה של הסיליקון, האלקטרונים נעשים אנרגטיים ובכך משתחררים מהקשרים הקוולנטיים. אלקטרונים חופשיים כאלו נסמן במינוס מוקף בעיגול. כאשר לקשר מסוים חסר אלקטרון ("חור"), נסמן פלוס מוקף בעיגול.



איור 3: סימון נושאי המטען החופשיים במוליך למחצה

אלקטרונים מקשרים מלאים ממלאים את אותם החורים, אבל כך נוצרים חורים חדשים – קשרים חדשים שבהם חסר אלקטרון.

לחורים האלו נוכל להתייחס כאל חלקיקים חיוביים.

ניתן לאפיין את האלקטרון ואת החור במל"מ כנושאי מטען, חלקיקים, בעלי מסה אפקטיבית. המסה האפקטיבית לוקחת בחשבון תופעות פיסיקאליות רבות הקורות במוליך למחצה, כמו התנגשויות אקראיות של נושאי המטען בגביש, שמאטות אותם. המסה האפקטיבית של אלקטרון בגביש סיליקון היא

$$m_e^* \sim 0.25m_e$$

המסה האפקטיבית של "חור" בגביש סיליקון היא

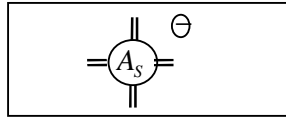
$$m_h^* \sim 0.5m_e$$

כאשר m_e היא מסת האלקטרון.

לתופעה שבה ניתק אלקטרון מהקשר עם האטום והוא מתחיל לנוע בחומר, ומשאיר מאחוריו חור קוראים גנרציה (*Generation*). עד כה דיברנו רק על מקרה שבו הגנרציה מתבצעת תודות להלאת הטמפרטורה של החומר, ובכך מקנה אנרגיה תרמית נוספת לאלקטרונים שבחומר, וזו היא הגנרציה התרמית (*Thermal Generation*).

התופעה ההפוכה, שבה אלקטרון שב לתחום משיכתו של האטום ונקשר אליו, ובכך "נעלמים" הזוג (האלקטרון והחור), נקראת התאחדות (או רקומבינציה, *Recombination*). חשוב לציין שתמיד ייווצרו זוגות, וגם יתאחדו זוגות – מכיוון שאלקטרון שניתק מגרעין אטום מסויים, שהיה נייטרלי מטבעו, ישאיר מאחוריו פרוטון בגרעין שאין לו אלקטרון כדי לנטרל את המטען החיובי שבו.

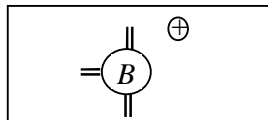
סיגים/מזהמים/מסממים (*Dopants*) הם אטומים זרים שמוכנסים לגביש טהור (בד"כ נדבר על גביש סיליקון), כאלה שיכולים לתרום נושאי מטען חופשיים לגביש, בנוסף לנושאי המטען שיוצרים את הקשרים הקוולנטיים, מכיוון שלאטומים זרים אלו יש מספר שונה של אלקטרונים ערכיות. דוגמאות לסיגים שיכולים להיות מוכנסים לגביש סיליקון הם As (ארסן), P (זרחן), B (בורוס), Al (אלומיניום). זיהום זה קטן יחסית למספר האטומים הכולל של הגביש, ונותן אשליה כימית של הולכה חשמלית של הגביש. חומר מוליך למחצה טהור, ללא סימום, נקרא אינטרינסי (עצמוני). חומר מסומם נקרא חומר אקסטרינסי.



איור 4: אטום ארסן תורם אלקטרון לגביש סיליקון

לארסן (או זרחן) יש חמישה אלקטרונים ערכיות, מה שתורם אלקטרון חופשי לקשר של סיליקון, שזקוק רק לארבע אלקטרונים. אם האלקטרון החמישי ישתחרר מהקשר שלו לגרעין הסיג, נקבל אלקטרון חופשי להולכה, וזאת ללא חור שמלווה אותו (כמו שראינו בנושא הגנרציה התרמית). סיג זה תורם אלקטרון לגביש, ולכן נקרא סיג תורם (*Donor*).

סוג הסיגים השני הוא סיגים נוטלים. לאטום בורוס רק שלושה אלקטרונים ערכיות, ולכן סיג זה נוטל אלקטרון משכניו כדי ליצור את הקשר שמתאים לסיליקון. לכן, סיג זה יוצר חור כאשר הוא מוכנס לגביש סיליקון. זהו סיג נוטל (*Acceptor*).



איור 5: אטום בורוס נוטל אלקטרון מגביש סיליקון ולכן יוצר חור

נביט בסיגים תורמים, ונרצה לראות באילו תנאים ייתרם האלקטרון הנוסף שלהם לגביש. נבצע חישוב של רדיוס הסיבוב של אלקטרון שנתרם ע"י סיג ארסן (סימון כימי As):

$$F_E = ma_r \Rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q^2}{r^2} = \frac{m_e^* v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r m_e^* v^2}$$

כאשר עבור סיליקון, מקדם הדיאלקטריות הוא $\epsilon_r \cong 12$, ומטען האלקטרון מסומן q . בנוסף, ממודל אטום המימן של בוהר ומאורך גל דה-ברויי:

$$2\pi r = \lambda_e = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e^* v} \Rightarrow v = \frac{h}{2\pi r m_e^*}$$

כאשר

$$h = 6.636 \cdot 10^{-34} [J \text{ sec}]$$

קבוע פלאנק. מקבלים ש:

$$r = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r m_e^* v^2} = \frac{q^2 4\pi^2 r^2 m_e^{*2}}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r m_e^* h^2}$$

$$r = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r h^2}{q^2 \pi m_e^*} = \epsilon_r \left(\frac{m_e}{m_e^*} \right) a_0 \cong 48 a_0$$

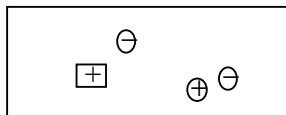
כאשר $a_0 = \frac{h^2 \epsilon_0}{q^2 \pi m_e}$ הוא רדיוס אטום המימן בריק (רדיוס בוהר). כלומר, קיבלנו שהאלקטרון החופשי רחוק פי 48 בערך מאשר אלקטרון בודד שמסתובב סביב אטום המימן.

נחשב את אנרגיית היינון של הסיג ע"י E_0 , אנרגיית היינון של אטום המימן:

$$E = E_0 \cdot \frac{1}{\epsilon_r^2} \cdot \left(\frac{m_e^*}{m_e} \right) = 13.6 \cdot \frac{1}{12^2} \cdot \frac{1}{4} = 0.025 [eV]$$

וזוהי אנרגיה שקטנה במקצת מהאנרגיה התרמית של אלקטרון בטמפרטורת החדר, כפי שחישבנו בתחילה, ולכן נוכל להניח שבטמפרטורת החדר, כל הסיגים ששתולים בחומר יהיו מיוננים ויתרמו את נושא המטען שלהם (אלקטרון או חור) לגביש.

נסמן אטום של סיג תורם (*Donor*) מיונן ע"י ריבוע עם פלוס בתוכו – לדוגמא ארסן או זרחן מיונן, שתרם את האלקטרון שלו לגביש ולכן יש לו סה"כ מטען חיובי (יש לו פרוטון בגרעין שלא מנוטרל ע"י האלקטרון ש"ברח" לגביש). הריבוע מסמן לנו שהאטום קבוע ולא יכול לזוז בתוך הגביש לעומת נושאי המטען, שבתוך העיגולים, החופשיים לנוע.



איור 6: משמאל סיג תורם מיונן (בריבוע) והאלקטרון החופשי שתרם; מימין זוג שנוצר בגרעיה תרמית

כמובן שלא נוכל לקבל זרם חשמלי מהסיג עצמו (האטום), כי הוא לא יכול לזוז בגביש – הוא קשור בקשרים כימיים בגביש. הזזה של סיגים ממקומם (מסיבות שנראה בהמשך – יצירת התקנים מיוחדים) נעשית בתהליך הייצור של הגביש. כדי להזיז סיגים, יש לחמם את הגביש לטמפרטורה גבוהה מאוד.

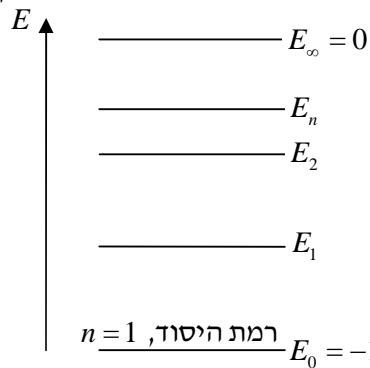
סימונים:

יחידות	תאור	סימון
$\left[\frac{1}{\text{cm}^3}\right]$	ריכוז הסיגים התורמים, <i>Donors</i>	N_D
	ריכוז הסיגים הנוטלים, <i>Acceptors</i>	N_A
	ריכוז הסיגים התורמים המיוננים, שלהם יש מטען חיובי נטו	N_D^+
	ריכוז הסיגים הנוטלים המיוננים, שלהם יש מטען שלילי נטו	N_A^+

רמות אנרגיה בגביש מוליך למחצה

ראשית, נזכר איך נראות רמות אנרגיה בדידות של אטום יחיד, לפי מודל בוהר.

אנרגיית אלקטרון

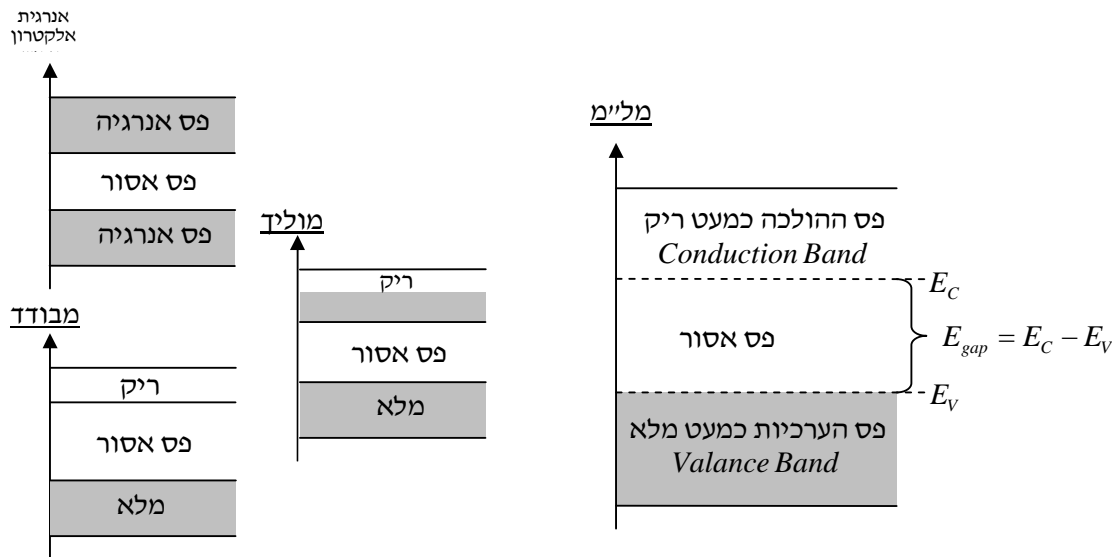


איור 7: רמות אנרגיה בדידות באטום המימן, לפי מודל בוהר

ע"פ מודל אטום המימן של בוהר, האלקטרון באטום מקבל ערכים דיסקרטיים של אנרגיה:

$$E_n = -13.6 \cdot \frac{1}{n^2} [eV]$$

ראשית נביט בגביש אינטרינסי. בגביש ישנו מספר עצום של אטומים, וכך נוספים לחומר הרבה אלקטרונים שצריכים להסתובב באותן רמות עם שכניהם. מסתבר שאם בוחנים את הגביש, ישנם פסי אנרגיה (*Energy Bands*) בהן האלקטרונים נמצאים בחומר, פסים שמורכבים מאיחוד רמות בדידות של אנרגיה, של כל האטומים בגביש.



איור 8: פסי אנרגיה סוגי החומרים השונים

- בחומר מוליך נראה פס אנרגיה שאלקטרונים מאכלסים רק את חציו התחתון.
- בחומר מבודד נראה פס אנרגיה מותר ריק לגמרי, תחתיו פס אסור רחב, ותחתיו פס אנרגיה מותר וכולו מלא.
- בחומר מוליך למחצה, יש שינוי קל לעומת מבודד: הפס האסור לא רחב מדי, מה שמאפשר לאלקטרונים מהפס המלא לעלות לפס הריק.

נסמן את השפה התחתונה של פס ההולכה E_C , ואת השפה העליונה של פס הערכיות E_V , ולכן רוחב הפס האסור הוא

$$E_{gap} \triangleq E_C - E_V$$

כאשר E_{gap} הוא אותו הפרש אנרגיה שראינו קודם לכן, $E_{ionization}$, כלומר האנרגיה הדרושה לאלקטרון בכדי לעזוב את הקשר שלו לאטום (כלומר הקשר לגביש), ולעבור לרמת אנרגיה שמאפשרת לו להיות חופשי להולכת זרם.

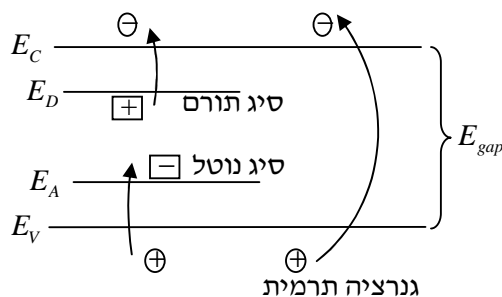
במילים אחרות, בפס הערכיות נמצאים האלקטרונים הוולנטיים שקושרים את הקשרים הכימיים – כשאלו עוזבים את הפס הזה אל פס ההולכה, הם פנויים להולכת זרם. בסיליקון, כפי שהזכרנו קודם:

$$E_{gap} = 1.12[eV]$$

קעת נביט בגבישים מסוממים. כאשר מכניסים סיגים לגביש מוליך למחצה, נוספות רמות אנרגיה הקרובות לגבולות התחום האסור (לשפות הפסים המותרים).

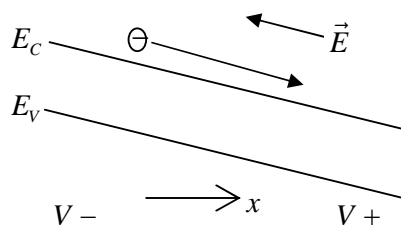
ראינו שמספיקה תוספת אנרגיה קטנה (אנרגיה תרמית שנובעת מטמפרטורת החדר) כדי שהאלקטרון הנוסף בסיג יהפוך לאלקטרון חופשי, ולכן נתאר את תוספת הסיגים התורמים למליימ ע"י הוספה של רמת אנרגיה חדשה E_D שמוסיפים סיגים תורמים שמוכנסים לחומר (לדוגמא זרחן). כאמור, רמת אנרגיה חדשה זו תהיה קרובה ל E_C וכך קל לראות שתוספת קטנה של אנרגיה תעלה אלקטרונים מרמת E_D לפס ההולכה - לרמת E_C .

נסמן ב E_A את רמת האנרגיה שמוסיפים סיגים נוטלים שמוכנסים לחומר. באופן דואלי לרמת האנרגיה של סיגים תורמים, רמת אנרגיה זו (E_A) קרובה ל E_V מכיוון שמספיקה אנרגיה קטנה כדי שהחור הנוסף יעלה לרמת E_A .



איור 9: מעבר נושאי מטען בין רמות אנרגיה במליימ

ענה, נבחן את השפעתו של שדה חשמלי חיצוני (לעיתים פשוט יותר לחשוב על מתח חיצוני, שיוצר שדה חשמלי) שמאולץ על החומר. שדה חשמלי זה יגרום לתנועה של נושאי מטען. כדי להבחין בתנועה זו, ניצור שיפוע בקווי שפות פסי האנרגיה, כשהשיפוע יורד לכיוון הפוטנציאל הגבוה – הפוטנציאל אליו נמשכים האלקטרונים השליליים.



איור 10 : סימון השדה החשמלי ע"י פסי אנרגיה משופעים

משוואת הניטרליות

נכניס ראשית כמה סימונים חדשים ונזכיר סימונים קודמים :

תאור	יחידות	סימון
מטען האלקטרון	$[Cb]$	q
צפיפות המטען בחומר (מטען חשמלי ליחידת נפח)	$\left[\frac{Cb}{cm^3}\right]$	ρ
ריכוז האלקטרונים (מספר האלקטרונים ליחידת נפח), יכולים להיתרם ע"י גרציה תרמית ו/או ע"י סיגים תורמים	$\frac{1}{cm^3}$	n
ריכוז החורים, יכולים להיתרם ע"י גרציה תרמית ו/או ע"י סיגים נוטלים	$\frac{1}{cm^3}$	p
ריכוז הסיגים התורמים	$\frac{1}{cm^3}$	N_D
ריכוז הסיגים הנוטלים	$\frac{1}{cm^3}$	N_A
ריכוז הסיגים התורמים המיוננים	$\frac{1}{cm^3}$	N_D^+
ריכוז הסיגים הנוטלים המיוננים ליחידת נפח	$\frac{1}{cm^3}$	N_A^-

עבור פיסת מוליך למחצה ניטרלית, מתקיים

$$\rho = 0$$

כמובן שהחומר ישאר נייטרלי גם אם נכניס סיגים משני הסוגים, וגם אם תהיה גרציה תרמית שתתרום זוגות מטענים מנוגדים. מכיוון ש N_D^+ ו p תורמים מטען חיובי, ו N_A^- ו n תורמים מטען שלילי, נקבל את משוואת הניטרליות:

$$qp + qN_D^+ + (-q)n + (-q)N_A^- = 0$$

ובניסוח פשוט יותר, כאשר נניח שכל הסיגים מיוננים:

$$n + N_A = p + N_D$$

נסתכל כעת על חומר אינטרינסי (ללא סימונים), בשיווי משקל (ללא תוספת חיצונית של אנרגיה לחומר).

האנרגיה התרמית שיש לכל אלקטרון כתוצאה מהטמפרטורה, מביאה לגרציה תרמית בקצב שנסמן בתור $G \left[\frac{\text{pairs}}{\text{sec}}\right]$, כלומר G זוגות של אלקטרון + חור כל שנייה.

רקומבינציה, כפי שהזכרנו קודם, בקצב $R \left[\frac{\text{pairs}}{\text{sec}}\right]$ הוא התהליך ההפוך שבו אלקטרון חוזר לאטום שבו היה חסר אלקטרון אחד, וכך נעלם זוג של אלקטרון + חור. מסתבר שקצב הרקומבינציה הוא

$$R = r(T) \cdot n \cdot p$$

כאשר $r(T)$ הוא מקדם התלוי רק בטמפרטורה.

אם נסמן ב \bar{n} , \bar{p} את ריכוזי שיווי המשקל הקבועים המתאימים לטמפרטורה T . מצב שיווי משקל יתואר ע"י

$$G = R = r(T) \cdot \bar{n} \cdot \bar{p} = r(T) n_i^2$$

כאשר מסמנים

$$n_i^2(T) \triangleq \bar{n} \cdot \bar{p}$$

בנוכחות סיגים, כמובן ש $\bar{n} \neq \bar{p}$, אבל מסתבר שמכפלתם נשמרת, כלומר בשיווי משקל תמיד מתקיים:

$$\bar{n} \cdot \bar{p} = n_i^2$$

בסיליקון אינטרינסי בטמפרטורת החדר, $\bar{n} = \bar{p} = n_i \cong 1.4 \cdot 10^{10} [cm^{-3}]$,

דוגמא:

מלי"מ בטמפרטורת החדר סומם הסיגים תורמים בריכוז $N_D [cm^{-3}]$. כמה אלקטרונים חופשיים יש

בחומר?

פתרון:

נעזר במשוואת הניטרליות, כאשר אין סיגים נוטלים:

$$n + N_A = p + N_D, \quad N_A = 0$$

$$n = p + N_D$$

הגודל N_D ידוע – זהו מספר הסיגים התורמים שהושתלו בחומר. נותרנו עם שני נעלמים: n, p ודרוש קשר ביניהם.

מכיוון שהחומר בשיווי משקל (לא היה נתון מצב שונה מזה), אזי $\bar{n} \cdot \bar{p} = n_i^2$, ולכן $\bar{p} = \frac{n_i^2}{\bar{n}}$.

נציב במשוואה הראשונה ונקבל:

$$\bar{n} = \frac{n_i^2}{\bar{n}} + N_D \Rightarrow \bar{n}^2 - N_D \bar{n} - n_i^2 = 0$$

$$\bar{n}_{\pm} = \frac{N_D}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 + 4 \left(\frac{n_i}{N_D} \right)^2} \right)$$

לפתרון השלילי אין משמעות פיסיקאלית, ולכן

$$\bar{n} = \frac{N_D}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 4 \left(\frac{n_i}{N_D} \right)^2} \right)$$

תוצאה:

ניתן באופן דומה לחשב את ריכוז החורים בחומר, כאשר החומר מסומם רק בסיגים נוטלים בריכוז N_A , ומקבלים

$$\bar{p} = \frac{N_A}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 4 \left(\frac{n_i}{N_A} \right)^2} \right)$$

נשים לב שאם ריכוז הסיגים גדול בהרבה מ n_i , כלומר

$$N_A \gg n_i \text{ או } N_D \gg n_i$$

נוכל לקרב את הביטויים שקיבלנו, ואז נקבל

$$\bar{p} = N_A \text{ או } \bar{n} = N_D$$

דוגמא מספרית:

חשב את ריכוז החורים והאלקטרונים בסיליקון מסומם בזרחן בריכוז $10^{16} [cm^{-3}]$.

פתרון:

כפי שלמדנו קודם, זרחן הוא סיג תורם לסיליקון.

ריכוז נושאי המטען השלילי יהיה, ע"פ הנוסחא שקיבלנו, כאשר $N_D = 10^{16} [cm^{-3}]$

$$\bar{n} = \frac{N_D}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 4 \left(\frac{n_i}{N_D} \right)^2} \right) = \frac{10^{16}}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 4 \left(\frac{1.4 \cdot 10^{10}}{10^{16}} \right)^2} \right) \cong N_D = 10^{16} [cm^{-3}]$$

וריכוז החורים יהיה

$$\bar{p} = \frac{n_i^2}{\bar{n}} \cong \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{1.96 \cdot 10^{20}}{10^{16}} \cong 10^4 [cm^{-3}]$$

כלומר ריכוז החורים קטן, וזאת כי הסיגים תורמים אלקטרונים שיכולים למלא חורים.

סיווג מוליכים למחצה עפ"י סימון

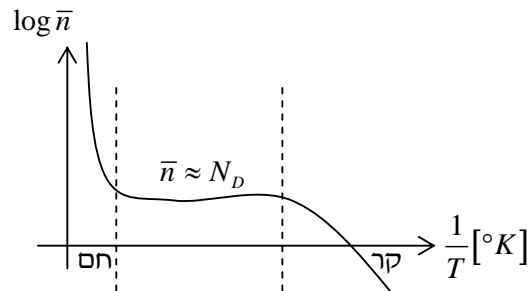
חומר שמסומם בריכוז גבוה יחסית של סיגים תורמים נקרא חומר מסוג n , מלשון *Negative*, כי ההולכה בו תהיה ע"י אלקטרונים שליליים, שהכמות שלהם דומיננטית בחומר, כפי שראינו בדוגמא. באופן דואלי, חומר יהיה מסוג p , מלשון *Positive*, אם נסמם אותו בתהליך הייצור בסיגים נוטלים, שיתרמו חורים רבים.

קומפנסציה (Compensation)

כאשר חומר מוליך למחצה מסומם בכמות זהה משני סוגי הסיגים, כלומר $N_A \cong N_D$, לא תהיה הולכה עקב נושאי מטען חופשיים שמקורם בסיגים, משום שכמות האלקטרונים הנתרמת לחומר תתקזז עם כמות החורים הנתרמת לחומר – מה שיעלים לנו באופן עקרוני את נושאי המטען החופשיים. לכן מה שקובע את סוג החומר הוא ההפרש $N_D - N_A > 0$ כאשר החומר מסוג n , או $N_A - N_D > 0$ כאשר החומר מסוג p . כדי שבאופן אפקטיבי החומר יהיה מסוג מסוים, כמובן שיש לסמם את החומר כך שהפרשים אלו יהיו מסדרי גודל גדולים מספיק.

השפעת הטמפרטורה על נושאי המטען בחומר

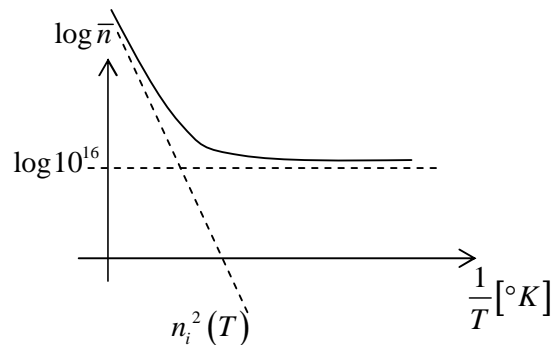
באופן ניסיוני מקבלים את הגרף הבא, המתאר שלושה תחומי עבודה עיקריים עם חומר מוליך למחצה מסוג n :



איור 11 : ריכוז האלקטרונים החופשיים במל"מ מסוג n כתלות בטמפרטורה

בקטע החם של הגרף, ישנה גנרציה תרמית גבוהה מאוד, והחומר מתנהג כאינטרינסי – מספר הסיגים זניח לעומת מספר האלקטרונים וחורים שנתרמים מהגנרציה התרמית. בקטע האמצעי של הגרף, כפי שראינו בדוגמא, החומר אקסטרניסי, כלומר מספר נושאי המטען החופשי הוא בערך מספר הסיגים נטו שבחומר. הקטע הימני, הקר, של הגרף הוא תחום בו לסיגים אין מספיק אנרגיה תרמית לשחרר את נושאי המטען שלהם, וגם הגנרציה התרמית נמוכה. תחום זה נקרא *Freeze – Out*.

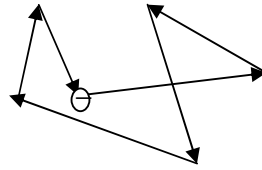
את משוואת הניטרליות לא פתרנו כפונקציה של הטמפרטורה, אך באופן כללי, מקבלים שתי אסימפטוטות – קו ישר של $n_i^2(T)$ וריכוז הסיגים בחומר. את האחרון ראינו כאשר קירבנו את $n_i \ll N_D$ והראשון כאשר $n_i \gg N_D$.



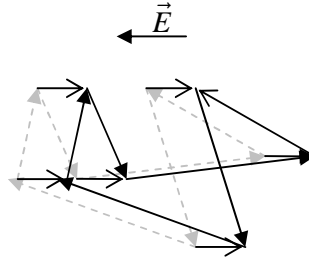
איור 12 : תלות ריכוז נושאי המטען בטמפרטורה

זרמים חשמליים במל"מ

ראשית נבחן את זרם הסחיפה, כלומר הזרם הנגרם משדה חשמלי חיצוני שנגרם מהפעלת מתח חיצוני בין הדקי החומר. כבר אמרנו שהאלקטרונים והחורים החופשיים שנוצרים בגביש נעים תנועה תרמית שלא תורמת לתנועה נטו שלהם, ולכן ללא השפעה חיצונית על החומר, לא יהיה בו זרם.

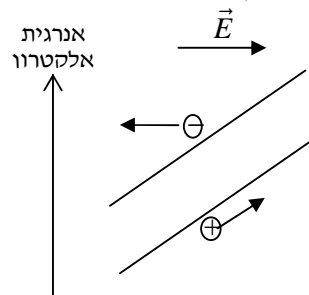


איור 13: תנועה תרמית אקראית של אלקטרון חופשי שלא תורמת לתנועה נטו לכיוון כשהוא בתוספת מתח חיצוני על החומר, שגורם לשדה חשמלי בחומר, מצטרף וקטור מהירות לוקטורי התנועה האקראיים, וכך ישנה תנועה נטו



איור 14: תנועה אקראית בתוספת שדה חשמלי, וכך נגרמת תנועה נטו ימינה

נבחן את ההשפעה של שדה חיצוני על פיסת מל"מ. כמו שראינו בעבר, סימון השדה החשמלי החיצוני הוא יצירה של שיפועים בפסי האנרגיה של האלקטרונים. מעתה והילך, נשאר עקביים עם בחירת תמונת פסי האנרגיה, ולכן נשאר עם הקביעה שאנו תמיד מסתכלים על אנרגיה של אלקטרונים. מכיוון שכך, פסי האנרגיה יהיו מכופפים תמיד לכיוון הפוטנציאל הגבוה – הפוטנציאל בו האלקטרונים שואפים להיות. בעזרת סימון זה, ניתן לראות את האלקטרונים כגולות קטנות, שאם יהיה במקום עם שיפוע, הן יתגלגלו במורדו. על החורים יהיה פשוט לחשוב כבועות אוויר במים, ששואפות לעלות מעלה, אל פני השטח.



איור 15: סחיפת נושאי המטען בשדה, בתאור ע"י פסי אנרגיה

השדה גורם לסחיפה שלהם. כשהאלקטרון ייסחף שמאלה, כבשרטוט, הוא יצבור אנרגיה קינטית על חשבון אנרגיה פוטנציאלית שהוא מאבד. אז מתנגש האלקטרון בחלקיק אחר, מאבד אנרגיה, וחוזר חלילה. נגדיר מהירות סחיפה

$$v_d \triangleq \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t}$$

באופן ניסיוני מקבלים את הקשר

$$\vec{v}_d = \mu \vec{E}$$

כאשר μ נקרא מקדם הניידות של נושאי המטען ויחידותיו הן $\frac{cm}{V \cdot sec} = \frac{cm^2}{V \cdot sec}$

נחשב את מקדם הניידות של האלקטרונים באופן כמותי. הכוח הפועל על אלקטרון עקב השדה החשמלי הוא

$$\vec{F} = -q\vec{E}$$

בין ההתנגשויות, האלקטרון צובר תנע. אנו בוחנים קטע תנועה קצר מאוד של האלקטרון, ולכן נניח שהכוח עליו קבוע בפרק זמן Δt קצר זה. הגדרת המתקף:

$$\vec{I} \triangleq \vec{F} \cdot \Delta t = -q\vec{E}\Delta t$$

המתקף שווה לשינוי בתנע. אם נניח שהאלקטרון מתחיל לנוע בסחיפה ממנוחה, נקבל:

$$-q\vec{E}\Delta t = \Delta(mv) = m_e^* \vec{v}_d$$

$$\vec{v}_d = -\frac{q\Delta t\vec{E}}{m_e^*}$$

ומכאן שניידות האלקטרונים מוגדרת בתור

$$\mu_e \triangleq -\frac{q\Delta t}{m_e^*}$$

כאשר Δt הוא זמן ממוצע בין התנגשויות. צפיפות הזרם של n מטענים בעלי מהירות v ומטען q מוגדרת כך:

$$\vec{J} \triangleq nvq$$

ולכן צפיפות הזרם של האלקטרונים שבחנו תהיה

$$\vec{J}_e = -q\vec{v}_d = qn\mu_e\vec{E}$$

בניתוח דואלי לניתוח עבור האלקטרונים, מקבלים ביטוי דומה לחורים החיוביים, ואז התרומה של האלקטרונים והחורים יחד לצפיפות הזרם היא

$$\vec{J}_{total} = \vec{J}_e + \vec{J}_h = q(n\mu_e + p\mu_h)\vec{E}$$

נוכל כעת לכתוב ביטוי למוליכות הסגולית של המל"מ שנובע מחוק אוהם

$$\vec{J} = \sigma\vec{E}$$

קל לראות מהביטוי לצפיפות הזרם שהמוליכות היא

$$\sigma = q(n\mu_e + p\mu_h)$$

כדי לבחון מה הם הגורמים העיקריים המשפיעים על הניידות, נביט בגורמים המשפיעים על הפיזורים של נושאי המטען בגביש, כפונקציה של הטמפרטורה של הגביש.

פיזור סריגי (Lattice = סריג): זהו הפיזור שמושפע מהמבנה הפנימי הגביש – ככל שהטמפרטורה עולה, המהירות התרמית האקראית של האלקטרון גדלה, וכל הוא מפוזר יותר. כאשר הפיזור גדל, הניידות קטנה. בתורת הקוונטים ממדלים את הפיזור התרמי בעזרת חלקיק שנקרא פונון. כאשר הטמפרטורה עולה, יש לאלקטרון יותר סיכוי להתנגש בפונון. מתקבל באופן ניסיוני שהניידות שמושפעת מהפיזור הסריגי מקיימת

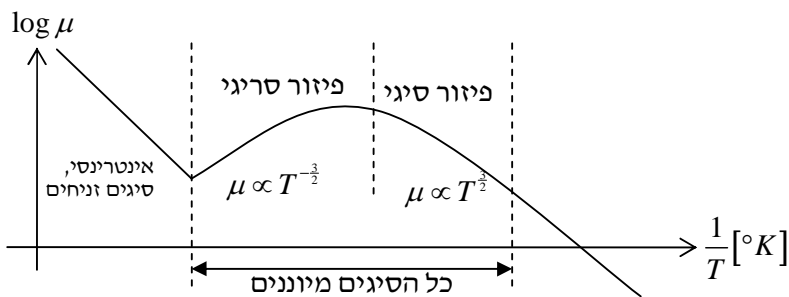
$$\mu_L \propto T^{-\frac{3}{2}}$$

פיזור סיגי (Impurities): זהו הפיזור שנובע מהתנגשות שית האלקטרון בסיגים בגביש. כאשר הטמפרטורה גבוהה יוצר, לאלקטרונים מהירות תרמית גדולה יותר, ולכן פחות סיכוי שיפוזרו ע"י אטומי הסיגים (ככל שהם חולפים על פני אטום עם מהירות גבוהה יותר, הם פחות מופעים מהכוח החשמלי שמפעיל עליהם האטום). לכן אנו למדים שהניידות תגדל עם הגדלת הטמפרטורה. מתקבל באופן ניסיוני שהניידות שמושפעת מהפיזור הסיגי מקיימת

$$\mu_I \propto T^{\frac{3}{2}}$$

משקללים את הפיזורים ע"י ממוצע הרמוני:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_L} + \frac{1}{\mu_I}$$



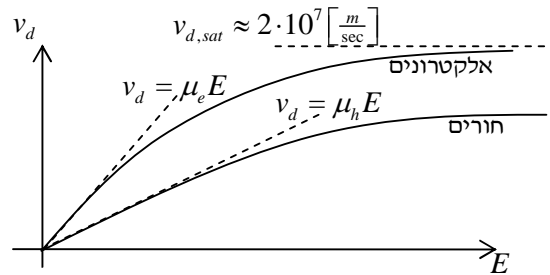
איור 16: הניידות בגביש כתלות בטמפרטורה



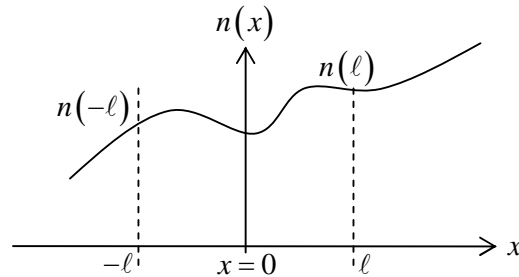
ראינו בעבר את הקשר בין מהירות הסחיפה של נושאי המטען כפונקציה של השדה החשמלי במל"מ:

$$\vec{v}_d = \mu \vec{E}$$

מסתבר שקשר זה לא נכון תמיד, אלא שישנה מהירות רוויה, $v_{d,sat}$, שאותה לא ניתן לעבור, מכיוון שמופיעים מנגנוני פיזור חדשים, בגלל השדה החשמלי העצמתי.



בנוסף לזרם הסחיפה, ישנו זרם דיפוזיה במל"מ. דיפוזיה היא תהליך טבע נפוץ בתחומים רבים – תהליך של השוואת ריכוזים במקומות בהם אין שיווי משקל בריכוזים. הדיפוזיה במל"מ מתרחשת בעזרתה של התנועה התרמית של נושאי המטען החופשיים. באיור 19 מופיע גרף כללי של צפיפות נושאי המטען n במל"מ בדגם חד-ממדי, כאשר ℓ הוא המרחק הממוצע בין ההתנגשויות.



נסמן ב Φ את שטף האלקטרונים שחוצים את משור $x = 0$. נעזר בפיתוח טיילור ונקבל ביטוי לשטף זה:

$$\Phi = \frac{1}{6} v_{th} (n(-\ell) - n(\ell))$$

$$\Phi \approx \frac{1}{6} v_{th} \left(n(0) - \ell \frac{dn}{dx} - n(0) - \ell \frac{dn}{dx} \right)$$

$$\Phi \approx -\frac{1}{3} v_{th} \ell \frac{dn}{dx}$$

כאשר J_e שטף זרם הדיפוזיה של האלקטרונים:

$$J_e = -q\Phi = q \left(\frac{1}{3} v_{th} \ell \frac{dn}{dx} \right)$$

ואם נגדיר מקדם דיפוזיה עבור האלקטרונים:

$$D_e \triangleq \frac{1}{3} v_{th} \ell$$

נקבל ביטוי פשוט לזרם הדיפוזיה של האלקטרונים:

$$J_e = qD_e \frac{dn}{dx}$$

נוכל למצוא קשר בין מקדם הדיפוזיה למקדם הניידות.

נציב $\ell = v_{th} \Delta t$, כאשר Δt זמן בין התנגשויות שחישבנו בעבר $\Delta t = \frac{m_e^* \mu_e}{q}$ ונקבל

$$D_e = \frac{1}{3} v_{th} \ell = \frac{1}{3} v_{th}^2 \Delta t = \frac{1}{3} v_{th}^2 \frac{m_e^* \mu_e}{q}$$

וכאשר האנרגיה הקינטית של האלקטרון מגיעה כולה מאנרגיה תרמית:

$$\frac{1}{2} m_e^* v_{th}^2 = \frac{3}{2} kT \Rightarrow v_{th}^2 = \frac{3kT}{m_e^*}$$

נקבל

$$D_e = \frac{1}{3} v_{th}^2 \frac{m_e^* \mu_e}{q} = \frac{1}{3} \frac{3kT}{m_e^*} \frac{m_e^* \mu_e}{q} = kT \frac{\mu_e}{q}$$

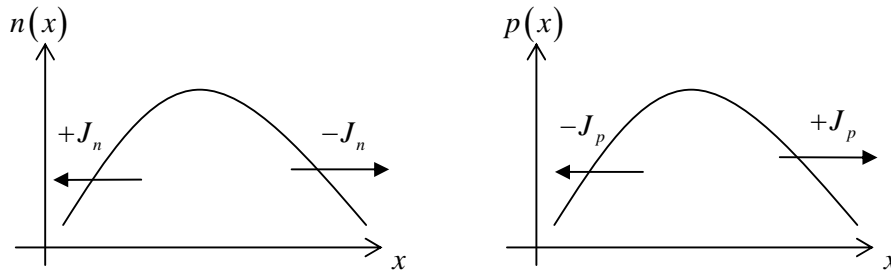
ואז נקבל את יחס איינשטיין, שנכון גם עבור חורים, עם מקדמי הניידות והדיפוזיה המתאימים:

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q}$$

הביטוי הכללי לזרמי הסחיפה והדיפוזיה עבור האלקטרונים והחורים מתואר במשוואות הטרנספורט:

$$\begin{cases} J_h = q\mu_h pE - qD_h \frac{dp}{dx} \\ J_e = q\mu_e nE + qD_e \frac{dn}{dx} \end{cases}, \quad J_{total} = J_e + J_h$$

נביט באופן כללי על כיווני הזרם הנתרמים מכל סוג של נושא מטען, עקב דיפוזיה:



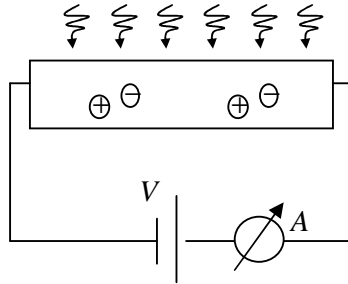
איור 20: כיוון זרם הדיפוזיה לשני סוגי נושאי המטען

באופן כללי, זרם הדיפוזיה פרופורציוני לשינוי ריכוז נושאי המטען, בסימן הפוך, כלומר זרם הדיפוזיה יהיה למקום שבו ריכוז נושאי המטען קטן, כפי שמסומן באיור 20.

נסכם את תרומת הזרמים של כל סוג נושאי מטען:

- תנועה לכיוון חיובי של נושאי מטעני חיוביים – צפיפות זרם חיובי.
- תנועה לכיוון שלילי של נושאי מטעני חיוביים – צפיפות זרם שלילי.
- תנועה לכיוון חיובי של נושאי מטעני שליליים – צפיפות זרם שלילי.
- תנועה לכיוון שלילי של נושאי מטעני שליליים – צפיפות זרם חיובי.

נביט בפיסת חומר מוליך למחצה שמוארת באופן אחיד, ונניח שההארה נבלעת באופן אחיד בכל המוליך למחצה.



איור 21: הארת פיסת מל"מ באופן אחיד

הארת החומר גורמת ליצירות זוגות של אלקטרון-חור, מכיוון שהאלקטרונים בחומר בולעים פוטונים ויכולים לקבל אנרגיה מספיקה, E_{gap} . אנרגיה של פוטון (החלקיק שממדל את האור), ע"פ תורת הקוונטים היא

$$E_\gamma = h\nu$$

כאשר ν תדירות האור ו h קבוע פלאנק. מהקשר $\lambda\nu = c$ מקבלים ביטוי שימושי יותר:

$$E_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1.24}{\lambda[\mu m]} [eV]$$

כאשר λ אורך הגל. לכן, לאור באורכי גל קצרים מ $\frac{1.24}{E_{gap}}$, הפוטונים יבלעו במל"מ ע"י אלקטרונים, וכך

האלקטרונים ישתחררו מהקשר שלהם אל האטום, וזהו תהליך של גנרציה אופטית. עבור סיליקון, $E_{gap} = 1.12 [eV]$, ולכן עבור אורך גל מכסימלי של

$$\lambda_0 = \frac{1.24}{1.12} = 1.107 [\mu m]$$

נתחיל למדוד גנרציה אופטית. האור הנראה הוא בטווח $0.3 - 0.7 [\mu m]$ (אורך גל קצר יותר \leftarrow אנרגיה גדולה יותר), ולכן מספיק אנרגטי ליצור גנרציה אופטית בסיליקון. כבר ניתן לחשוב על שימוש בהתקן פשוט מסוג זה – גלאי אור.

נסמן את ריכוזי נושאי המטען באופן כללי

$$n = \bar{n} + \hat{n}, \quad p = \bar{p} + \hat{p}$$

כאשר \hat{n}, \hat{p} היא התוספת של הגנרציה לריכוזי שיווי המשקל, ו \bar{n}, \bar{p} ריכוזי נושאי המטען בשיווי משקל. אם יש סיגים בחומר, $\bar{n} \neq \bar{p}$.

העודפים יקיימו $\hat{n} = \hat{p}$ בדגם שלנו תמיד, כי הגנרציה יוצרת נושאי מטען בזוגות. מתקיים:

$$np = (\bar{n} + \hat{n})(\bar{p} + \hat{p}) = \bar{n}\bar{p} + \hat{n}\bar{p} + \hat{p}\bar{n} + \hat{n}\hat{p} = n_i^2 + \hat{n}\bar{p} + \hat{p}\bar{n} + \hat{n}\hat{p} > n_i^2$$

כשהגנרציה מתגברת, תתגבר גם הרקומבינציה, עד שמגיעים למצב שיווי משקל.

הנחת ההזרקה החלשה:

ניתן לראות את הגנרציה האופטית כ"הזרקה" של עדך נושאי מטען לחומר ממשטח המגע של האור עם המל"מ. העודף שנוצר במצב היציב בהזרקה חלשה מקיים, עבור חומר מסוג n :

$$\bar{p} \ll \hat{p} = \hat{n} \ll \bar{n}$$

ועבור חומר מסוג p :

$$\bar{n} \ll \hat{p} = \hat{n} \ll \bar{p}$$

כלומר, אנו מזריקים נושאי מטען בכמות כזו שלא משפיעה על נושאי הרוב במל"מ, אבל משפיעה באופן משמעותי על נושאי המיעוט במל"מ. לדוגמה, מספרים טיפוסיים בחומר מסוג n :

$$\hat{p} = \hat{n} \sim 10^{11}, \quad \bar{n} \sim 10^{16}, \quad \bar{p} \sim 10^4$$

נניח שיצרנו עודף מסוים ע"י גנרציה אופטית, ואז כיבינו את מקור האור לחומר. כלומר אין יותר גנרציה אופטית G_{opt} , אך יש עודף נושאי מטען ויש גנרציה תרמית G_{th} , כמו תמיד.

נחשב את מאזן הגנרציה/רקומבינציה ($G - R$) (כלומר הגנרציה נטו), עבור חומר מסוג n :
 כאשר את הביטוי לקצב הרקומבינציה (התאחדות) ראינו כבר - $R(T) = r(T)np$ - נקבל גנרציה נטו של

$$G - R = G_{th} - r(T)np = G_{th} - r(T) \cdot (\bar{n}p + \hat{n}\bar{p} + \hat{p}\bar{n} + \hat{n}\hat{p})$$

כעת, הגנרציה התרמית מתקזזת עם הרקומבינציה התרמית, כלומר $G_{th} - r(T)\bar{n}p = 0$.
 לכן נקבל

$$G - R = -r(T)(\hat{n}\bar{p} + \hat{p}\bar{n} + \hat{n}\hat{p})$$

בהזרקה חלשה, $\bar{p} \ll \hat{p} = \hat{n} \ll \bar{n}$, ולכן נוכל להזניח את $\hat{n}\bar{p}$ ואת $\hat{n}\hat{p}$.
 ותחת הנחה זו נקבל את הביטוי

$$G - R = -r(T)\hat{p}\bar{n}$$

כלומר, כל עוד קיים עודף ריכוז נושאי מטען, הרקומבינציה תגבר על הגנרציה התרמית. נגדיר

$$\frac{\hat{p}}{\tau_h} \triangleq r(T)\hat{p}\bar{n}$$

כאשר

$$\tau_h \triangleq \frac{1}{r(T)\bar{n}} [\text{sec}]$$

הוא זמן החיים של המיעוט. כלומר, קיבלנו שכל עוד קיימים נושאי מיעוט בעודף, עודף נושאי המטען נוטה להתחסל בתהליך רקומבינציה לפי קצב $\frac{\hat{p}}{\tau_h}$ כאשר τ_h הוא זמן החיים של החורים.

באופן דומה, במל"מ מסוג p נקבל תוצאה דומה:

$$G - R = -\frac{\hat{n}}{\tau_e}$$

כאשר יעלם העודף, תעלם הרקומבינציה העודפת ונקבל מצב של שיווי משקל מלא:

$$G - R = 0$$

באופן יחסי, השינוי הדרמטי בכמות נושאי המטען, הוא באוכלוסיות המיעוט. המשאב הנדיר יותר הוא נושאי המטען של המיעוט, לכן בתהליכים שמושפעים מעודף נושאי מטען, אנו מסתכלים על אוכלוסיית המיעוט, כי היא זו שקובעת את קצב הרקומבינציה.

קצב רקומבינציה הוא קצב הדעיכה של נושאי המיעוט ולכן ניתן לתיאור ע"י הקשר

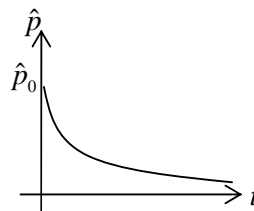
$$G - R = -\frac{\partial \hat{p}}{\partial t}$$

מכיוון שכבינו את מקור האור, המשוואה שמתארת לנו את שינוי נושאי המיעוט בעודף היא

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial t} = -\frac{\hat{p}}{\tau_h}$$

פתרון המשוואה הדיפרנציאלית הוא דעיכה אקספוננציאלית שמתוארת גם באיור 22.

$$\hat{p}(t) = \hat{p}_0 e^{-\frac{t}{\tau_h}}$$



איור 22: נושאי המיעוט בעודף לאחר כיבוי מקור האור

אם מדליקים את מקור האור מחדש, יתווסף לרקומבינציה איבר גנרציה אופטית:

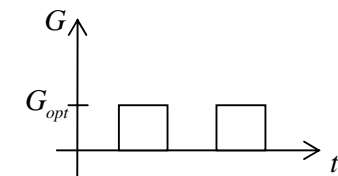
$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial t} = G - R = -\frac{\hat{p}}{\tau_h} + G_{opt}$$

כאשר $G_{opt} \left[\frac{1}{\text{sec cm}^3} \right]$ הוא ריכוז הזוגות שנוצרים בשנייה במל"מ.

ננחש פתרון פרטי למשוואה: $\hat{p}_p = G_{opt} \tau_h$, ולכן הפתרון הכללי הוא

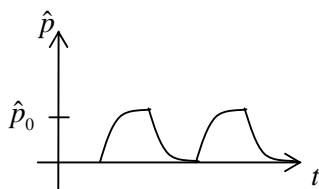
$$\hat{p}(t) = \hat{p}_0 e^{-\frac{t}{\tau_h}} + G_{opt} \tau_h$$

כעת נאיר את החומר בפולסים של אור, כמתואר באיור 23.



איור 23: פולסים של אור על פיסת מל"מ

ריכוז \hat{p} (או במקרה דואלי, \hat{n}) שיגרם תוצאה מהפולסים, מזכיר פריקה וטעינה מחזורית של קבל. כלומר ישנן עליות וירידות בצורה אקספוננציאלית, כאשר $\hat{p}_0 = G_{opt} \tau_h$, כמתואר באיור 24.



איור 24: ריכוז נושאי המיעוט בהארה בצורת פולסים

במצבי ה"חושך" נמדוד זרם $J = \sigma E$ בהתקן.

במצבי ה"אור" נמדוד זרם $J = (\bar{\sigma} + \hat{\sigma}) E$, כאשר $\hat{\sigma}$ היא מוליכות שנגרמת מעודפים בנושאי המטען, כתוצאה מהגנרציה האופטית.

ממשוואות הטרנספורט:

$$J_h = q\mu_h pE - qD_h \frac{dp}{dx} = q\mu_h (\bar{p} + \hat{p}) E = (q\mu_h \bar{p} + q\mu_h \hat{p}) E \triangleq (\bar{\sigma}_h + \hat{\sigma}_h) E$$

$$J_e = q\mu_e nE + qD_e \frac{dn}{dx} = q\mu_e (\bar{n} + \hat{n}) E = (q\mu_e \bar{n} + q\mu_e \hat{n}) E \triangleq (\bar{\sigma}_e + \hat{\sigma}_e) E$$

ואז:

$$J_{total} = (\bar{\sigma}_h + \hat{\sigma}_h) E + (\bar{\sigma}_e + \hat{\sigma}_e) E = (\bar{\sigma} + \hat{\sigma}) E$$

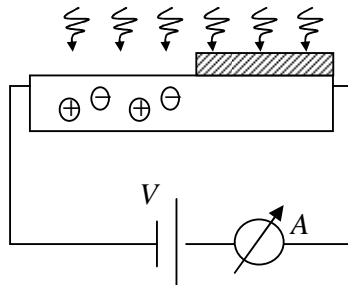
ולכן נוכל להגדיר את מוליכות העודף

$$\hat{\sigma} = q\mu_h \hat{p} + q\mu_e \hat{n}$$

להתקן יש זמן תגובה – זמן שלוקח לעודף הנושאים להבנות. תופעה דומה מתקבלת כאשר מכבים את מקור האור. הזמן האופייני לבניה וחיסול הם זמן החיים τ של המיעוט.

אנו עדים כאן לתופעת "הגבר פוטו-מוליך". תופעה זו היא העובדה שהזמן שבו החומר מוליך נקבע ע"י נושאי המיעוט בחומר, וזמן זה הוא הזמן האופייני τ של נושאי המיעוט, משום שכל עוד יש עודף נושאי מטען בחומר, הוא מוליך. עכשיו, כל עוד החומר מוליך, כלומר כל עוד יש בו עודף של נושאי מטען, המוליכות בחומר נתרמת גם מנושאי הרוב בחומר, וזאת כי המוליכות הנוספת היא $\hat{\sigma} = q\mu_h \hat{p} + q\mu_e \hat{n}$.

אם נביט בפיסת מל"מ שמוארת באופן חלקי, כמתואר באיור 25,



איור 25: מל"מ מואר באופן חלקי

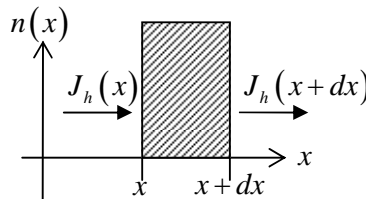
הרי שזוגות נוצרים בגנרציה אופטית רק בחלק השמאלי של החומר. תהיה דיפוזיה (נטייה להשוואת ריכוזים, כפי שלמדנו עוד קודם) ימינה של נושאי המטען, בגלל הפרשי הריכוזים. מכיוון שניידות האלקטרונים גדולה יותר, יותר אלקטרונים מחורים יבצעו דיפוזיה ימינה, וכך ייווצר שדה אלקטרוסטטי שימשוך את החורים ימינה – תופעה שנקראת קווי-ניטרליות.

משוואות הרציפות

נרצה לכתוב ביטויים מתמטיים המתארים את אוכלוסיית המטען בחומר. נביט ראשית בדוגמה אנלוגית לתיאור קצב גידול האוכלוסייה במדינה כלשהי (לקרוא מימין לשמאל):

$$\underbrace{\text{קצב גידול האוכלוסייה}} = \underbrace{[\text{קצב העלייה לארץ} - \text{קצב הירידה מהארץ}]}_{\text{הגירה}} + \underbrace{[\text{ילודה} - \text{תמותה}]}_{\text{ריבוי טבעי}}$$

המצב הזה לגבי אוכלוסיה של נושאי מטען במוליך למחצה. נביט באזור קטן במל"מ, כמתואר באיור 26. הריבוי הטבעי של אוכלוסיית המטען במל"מ, באזור קטן $x \in [x, x + dx]$, מתוארת ע"י הגנרציה התרמית והאופטית, והרקומבינציה. קצב ה"ירידה" וה"עלייה" מהארץ מקביל לקצב שבו זורמים מטענים אל ומתוך האזור שאנו מסתכלים עליו. אנו נחקור את נושאי המיעוט בחומר מסוג n , ובסוף ניתן את התוצאה המקבילה לחומר מסוג p .



איור 26: זרמים נכנסים ויוצאים מפיסת מל"מ אינפיניטסימלית

קצב גידול אוכלוסיית החורים באזור:

$$\underbrace{\frac{\partial p}{\partial t} dx}_{\text{total holes in the region}} = \underbrace{\left[\frac{J_h(x,t)}{q} - \frac{J_h(x+dx,t)}{q} \right]}_{\text{"immigration"}} + \underbrace{\left[G_{th} + G_{opt} - \frac{p}{\tau_h} \right]}_{\text{"natural expansion"}} dx$$

נחלק ב dx ונעזר בקשרים

$$G_{th} = \frac{\bar{p}}{\tau_h},$$

$$p = \bar{p} + \hat{p},$$

$$\frac{1}{q} \frac{J_h(x,t) - J_h(x+dx,t)}{dx} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_h}{\partial x}$$

מקבלים את משוואת הרציפות של החורים, "חוק שימור החורים", ובאותו אופן את משוואת הרציפות של האלקטרונים:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial \hat{p}}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_h(x,t)}{\partial x} - \frac{\hat{p}}{\tau_h} + G_{opt}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial \hat{n}}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J_e(x,t)}{\partial x} - \frac{\hat{n}}{\tau_h} + G_{opt}$$

ביטוי לקווזי-ניטרליות: $\hat{n} = \hat{p}$. במצב של קווזי-ניטרליות, פותרים ראשית ריכוזי המיעוט, ולאחר מכן משווים $\hat{n} = \hat{p}$.

חוקי אצבע בפתרון משוואות הרציפות:

1. כשיש עודף נושאי מטען, מסתכלים על הפרמטרים של המיעוט: ניידות, זמן חיים ודיפוזיביות.
2. כשמסתכלים על זרמים, יש להביא בחשבון זרם סחיפה, שם יש להביא בחשבון את הריכוזים, וזרם דיפוזיה, שם יש להביא בחשבון את השיפועים בריכוז – השינויים בריכוזים במרחב.

נתבונן בכמה מקרים פרטיים של משוואות הרציפות

- מצב מתמיד - אין שינויים בזמן (לדוגמה, כאשר ישנה הארה קבועה). במצב זה נציב $\frac{\partial}{\partial t} = 0$.
- אחידות במרחב – אין שינויים מרחביים - נציב $\frac{\partial}{\partial x} = 0$.
- אין שדה חיצוני – יש זרם דיפוזיה בלבד, נציב $E = 0$.
- אין הארה – נציב $G_{opt} = 0$.

דוגמא

נתון מל"מ מסוג n שמוזרקים לתוכו נושאי מטען באופן קבוע, בהזרקה חלשה, מהדופן השמאלית שלו בקצב $\Phi \left[\frac{\text{photons}}{\text{cm}^2 \text{sec}} \right]$. מצא את ריכוז נושאי המטען בעודף בכל נפח המל"מ במצב מתמיד, ללא מתח חיצוני. הנח שהמל"מ ארוך מאוד.



פתרון

בנפח הדגם, $G_{opt} = 0$, אך על פני השטח ישנו עודף. ההזרקה חלשה, ולכן $\hat{p} = \hat{n} \ll \bar{n}$. משוואת הרציפות:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial \hat{p}}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_h(x,t)}{\partial x} - \frac{\hat{p}}{\tau_h} + G_{opt}$$

ומכיוון שאנו במצב מתמיד, נקבל

$$0 = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_h(x,t)}{\partial x} - \frac{\hat{p}}{\tau_h} + G_{opt}$$

באזור שבו אנו פותרים את המשוואה, בנפח החומר, אין גררציה אופטית, ולכן עבור $x > 0$,

$$0 = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_h(x,t)}{\partial x} - \frac{\hat{p}}{\tau_h}$$

נציב את J_h ממשוואת הטרנספורט, כאשר במצב שלנו אין שדה חיצוני, ולכן אין סחיפה:

$$J_h = -qD_h \frac{\partial \hat{p}}{\partial x}$$

ונקבל:

$$0 = -\frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial x} \left(-q D_h \frac{\partial \hat{p}}{\partial x} \right) - \frac{\hat{p}}{\tau_h} = D_h \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x^2} - \frac{\hat{p}}{\tau_h}$$

נחלק ב D_h , ונקבל

$$\frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x^2} - \frac{\hat{p}}{D_h \tau_h} = 0$$

או, כאשר מסמנים $L_h \triangleq \sqrt{D_h \tau_h}$ בתור "מרחק דיפוזיה" של החורים,

$$\frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x^2} - \frac{\hat{p}}{L_h^2} = 0$$

משוואה זו נקראת לעיתים "משוואת דיפוזיה".
פתרון המשוואה הכללי:

$$\hat{p}(x) = C_1 e^{-\frac{x}{L_h}} + C_2 e^{\frac{x}{L_h}}$$

מכיוון שמבחינה פיסיקאלית, הפתרון לא יכול להתבדר עבור $x \rightarrow \infty$, חייב להתקיים $C_2 = 0$, ולכן נקבל

$$\hat{p}(x) = C_1 e^{-\frac{x}{L_h}}$$

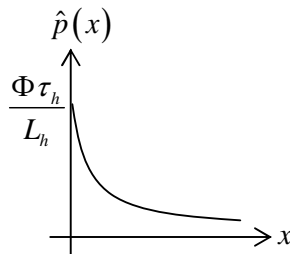
נחשב את C_1 מתנאי שפה: שטף הפוטונים הנתון הוא Φ . נניח שכל פוטון יוצר זוג.

אם נסמן את סה"כ מטען המיעוט העודף במל"מ ב \hat{P} , ואת זמן החיים של החורים τ_h , אזי במצב מתמיד נקבל שהביטוי לסה"כ החורים במל"מ הוא $\hat{P} = \Phi \tau_h$, מכיוון שהמל"מ ארוך מאוד והחורים חיים את הזמן המכסימלי שהם יכולים לחיות, τ_h . נחשב את סה"כ המטען העודף במל"מ:

$$\hat{P} \triangleq \int_0^{\infty} \hat{p}(x) dx = \int_0^{\infty} C_1 e^{-\frac{x}{L_h}} dx = C_1 (-L_h) \left[e^{-\frac{x}{L_h}} \right]_0^{\infty} = -C_1 L_h (-1) = C_1 L_h$$

ומהקשר $\hat{P} = \Phi \tau_h$, נקבל

$$\Phi = \frac{C_1 L_h}{\tau_h} \Rightarrow C_1 = \frac{\Phi \tau_h}{L_h}$$

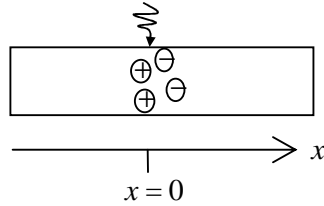


איור 28: ריכוז נושאי המיעוט במל"מ ארוך מואר בדופן אחת

תוצאה:

נשים לב שבגלל השינויים בריכוז נושאי המטען, יהיה זרם דיפוזיה $J_h = q D_h \frac{\partial \hat{p}}{\partial x}$, אך $\hat{n} = \hat{p}$ ולכן יהיה גם זרם זה של אלקטרונים J_n . כלומר, סה"כ אין זרימה של מטען נטו.

הניסוי הוא על דגם חד-מימדי, ולכן נתייחס למשוואה חד ממדית של רציפות. בניסוי מבצעים הארה נקודתית ע"י



איור 29: הארת מל"מ דרך חריץ צר

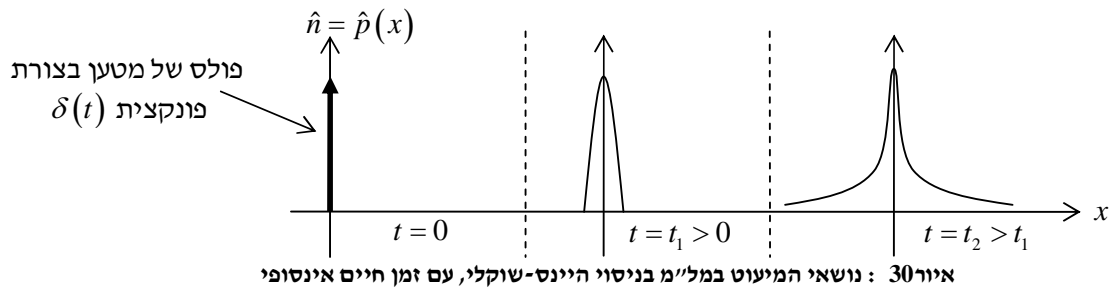
פולס של פוטונים, בחומר מסוג n בשיווי משקל. הפולס מוליד זוגות בנקודה $x=0$. ניתן לתאר פולס כזה ע"י פונקצית $\delta(t)$ (דלתא של דירק) של מטען עודף.

ככל שהזמן מתקדם, העודף שנוצר בחתך הרוחב של המל"מ עובר דיפוזיה לשאר חלקי המל"מ, בהם אין בתחילה עודף.

בשלב ראשון נניח ש $\tau_h \rightarrow \infty$, כלומר אין רקומבינציה, ולכן משוואת הרציפות היא

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_h(x,t)}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial \hat{p}(x,t)}{\partial t} = D_h \frac{\partial^2 \hat{p}(x,t)}{\partial x^2}$$

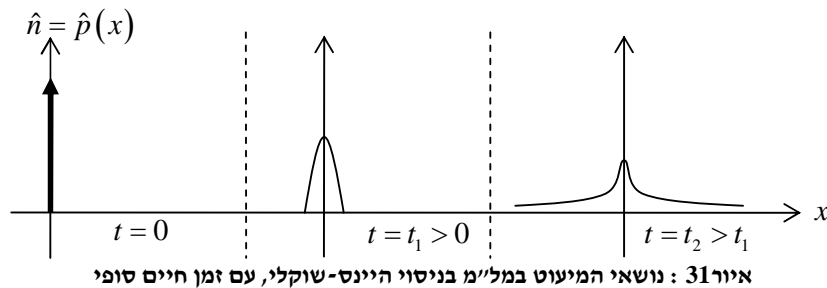
הפתרון המתקבל הוא פעמון גאוס, כלומר פונקציה פרופורציונלית ל e^{-x^2} .



השטח שמתחת לפעמון נשאר קבוע, כי הזוגות שנוצרו לא מתים, כי אין רקומבינציה וכך לאחר זמן רב, ישנה התפלגות אחידה. בסיכומו של דבר, כפי שהזכרנו לפני, נושאי המטען נוצרים בזוגות, ותנועתם נקבעת ע"י הפרמטרים של נושאי המיעוט.

כעת נניח זמן חיים סופי τ_h .

נקבל תמונה דומה למצב הקודם, רק שכעת שטח הפולס דועך לפי $e^{-\frac{t}{\tau_h}}$.



כעת נוסיף שדה חיצוני E ע"י הפעלת ממתח חיצוני על פיסת המולי"מ, ולכן התמונה הסטטית של התפלגות דוּעכת של נושאי מטען, וזה בסחיפה במהירות $v_d = \mu_h E$



אכלוס נושאי מטען בפסי אנרגיה

נביט ברמות האנרגיה בפס הערכיות במצב של שיווי משקל. בכל רמת אנרגיה כזו יש צפיפות מצבים מותרים, שאותה נסמן $N_C(E)$ (הדיון בפס הערכיות זהה, ושם צפיפות המצבים מסומנת $N_V(E)$). צפיפות מצבים זו מוגדרת גם עבור הפס האסור שבין פס ההולכה לפס הערכיות, וצפיפות המצבים המותרים לכל רמת אנרגיה היא $N(E) = 0$. אם נסמן את ההסתברות שמצבים אלה מאוכלסים ב $f(E)$, נקבל את סה"כ האלקטרונים ברמת אנרגיה E ע"י:

$$dn(E) = N_C(E) \cdot f(E) \cdot dE$$

סה"כ אלקטרונים בכל פס ההולכה יהיה הסיכום

$$n = \int_{E_C}^{\infty} dn(E) = \int_{E_C}^{\infty} N_C(E) f(E) dE$$

צפיפות המצבים לכל רמת אנרגיה מתוארת ע"י הפונקציה

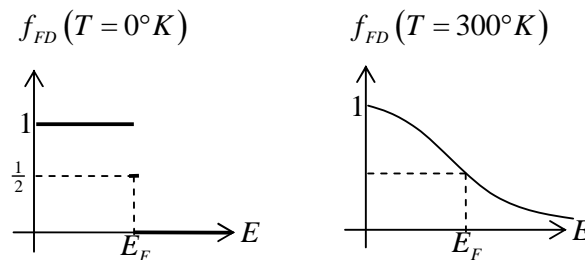
$$N_C(E) = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^2 \sqrt{E - E_C}$$

ופונקצית הסתברות האכלוס של פרמי-דירק היא:

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{kT}}}$$

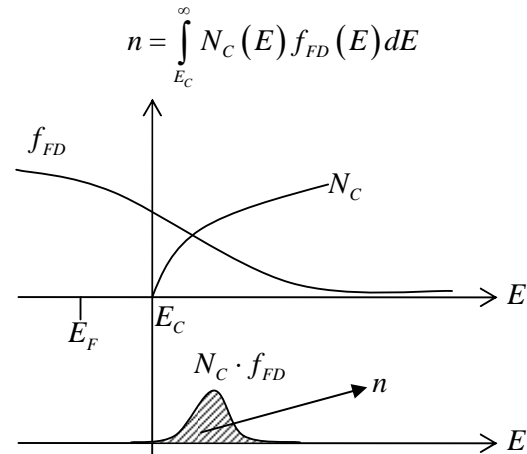
נביט בהתנהגות של פונקצית ההסתברות של פרמי-דירק, כתלות בטמפרטורה. עבור $T \rightarrow 0^\circ K$, מקבלים גרף מדרגה, וככל שהטמפרטורה גבוהה יותר, הפונקציה "נמרחת" ונעשית יותר מתונה.

ניתן לומר ש E_F הוא המדד לעד איזה גובה רמת האנרגיה מאוכלסת. נקרא לרמת אנרגיה זו "רמת פרמי".



איור 33: פונקצית הסתברות האכלוס של פרמי-דירק

באיור 34 מופיע תיאור גרפי של כמות האלקטרונים בפס ההולכה, כלומר תיאור של האינטגרל



איור 34 : תאור גרפי של האינטגרל המתאר את מספר האלקטרונים בפס ההולכה

בגלל התנהגות פונקציה פרמי-דירק ביחס לטמפרטורה, רואים כי ככל שמחממים את החומר, המכפלה $N_C f_{FD}$ תגדל. בטמפרטורה אפסית, ראינו שההסתברות למציאת אלקטרונים מעבר לרמת E_F היא 0, ולכן האינטגרל יסתכם ל 0. בגלל הדעיכה האקספוננציאלית של פונקציה פרמי דירק, רוב נושאי המטען נתרמים ממצבים שקרובים ל E_C . חישוב האינטגרל המלא באופן אנליטי לא פשוט, ולכן נחפש קירובים לפונקציה פרמי-דירק. מכיוון שרמת פרמי E_F רחוקה מ E_C , ניתן להשתמש בפונקציה ההסתברות של מקסוול-בולצמן

$$f_{MB}(E) = e^{-\frac{E-E_F}{kT}}$$

כי פונקציה זו דומה לפונקציה פרמי-דירק עבור ערכים גדולים מ E_F , ערכים שמשפיעים על האינטגרל. אם נציב את פונקציה צפיפות המצבים כפונקציה של האנרגיה

$$N_C(E) = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^2 \sqrt{E-E_C}$$

נקבל ש

$$n = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^2 \int_{E_C}^{\infty} \sqrt{E-E_C} \cdot e^{-\frac{E-E_F}{kT}} dE$$

ולאחר חישוב האינטגרל, מקבלים את ריכוז האלקטרונים:

$$n = N_C e^{-\frac{E_C-E_F}{kT}}$$

כאשר

$$N_C = \frac{2}{h^3} (2\pi m_e^* kT)^2$$

הוא קבוע צפיפות המצבים האפקטיבית בפס ההולכה (להבדיל מהפונקציה $(N_C(E))$ בטמפרטורת החדר, ישנם $N_C \sim 10^{19}$ מצבים בפס ההולכה.

אתנחתא הסתברותית:

פונקציה הסתברות כלשהיא מחזירה ערך בין 0 ל 1, והיא חסרת יחידות. מההיגיון הזה, אם ההסתברות שערך x יתקבל הוא A , אזי ההסתברות שהערך x לא יתקבל הוא $1-A$.

עבור חורים בפס הערכיות, נשאל מהו הסיכוי שלא יהיה אלקטרון בפס זה, ולכן:

$$f_{FD_h}(E) = 1 - f_{FD_c}(E) = 1 - \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{kT}}} = \frac{1 + e^{\frac{E-E_F}{kT}} - 1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{kT}}} = \frac{e^{\frac{E-E_F}{kT}}}{1 + e^{\frac{E-E_F}{kT}}}$$

$$f_{FD_h}(E) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{E_F-E}{kT}}}$$

אנרגיה של אלקטרונים גדלה מעלה בציר האנרגיה הסטנדרטי שאנו משרטטים תמיד (האנרגיה השלילית ביותר היא בתחתית הסרגל, שם האלקטרון קשור יותר לאטום). ניתן להגדיר אנרגיה של חורים, שתהיה כזו שתגדל מטה, ומקבלים בסופו של דבר, בדומה לריכוז האלקטרונים, את הביטוי לריכוז החורים בפס הערכיות:

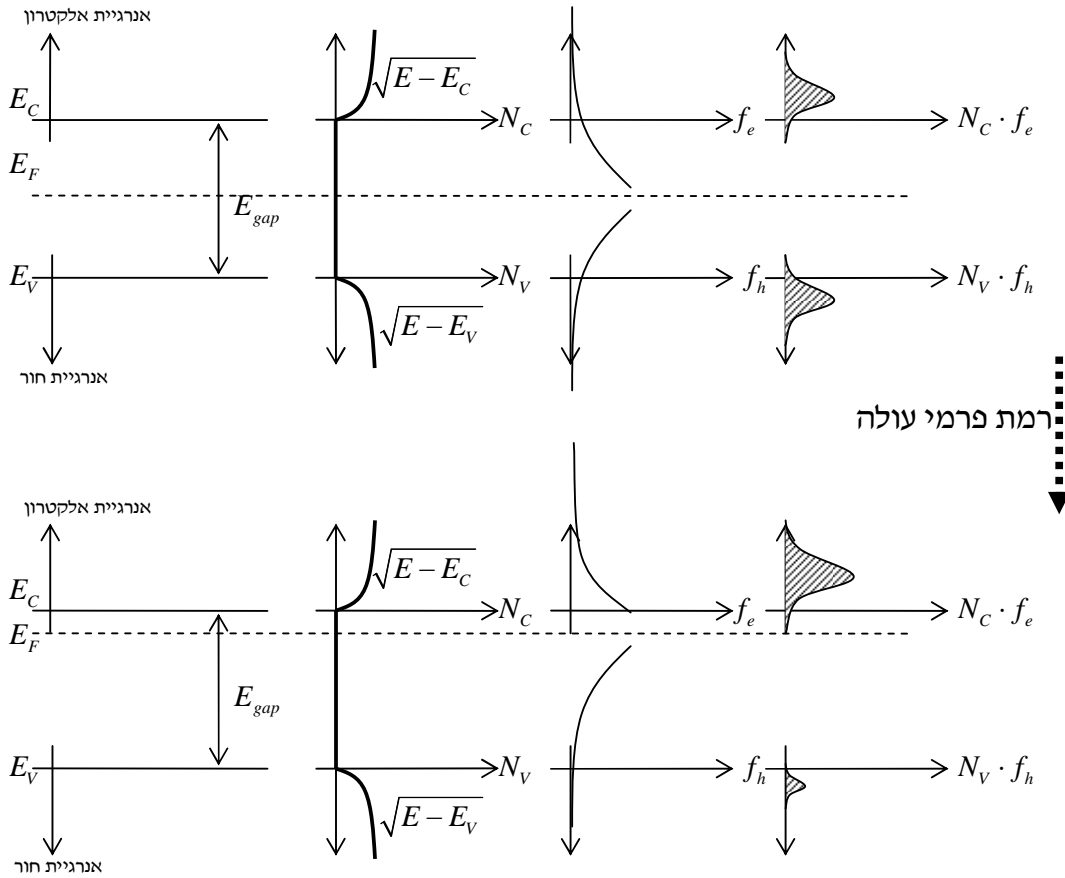
$$p = N_v e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}}$$

כאשר

$$N_v = \frac{2}{h^3} (2\pi m_h^* kT)^{\frac{3}{2}}$$

הוא קבוע צפיפות המצבים האפקטיבית בפס הערכיות.

רמת פרמי בעצם "תגלה" לנו את סוג החומר (p או n), מכיוון שככל שרמת פרמי E_F עולה מעלה, ניתן לראות בקלות מהתיאור הגראפי שנקבל יותר אלקטרונים ופחות חורים ולכן החומר יהיה מסוג n . ככל שרמת פרמי E_F תרד מטה, נקבל יותר חורים מאלקטרונים ולכן החומר יהיה מסוג p .



איור 35: אם החומר מסוג n , אנו רואים שרמת פרמי יותר גבוהה. בחומר אינטרינסי, רמת פרמי תשאר באמצע הפס האסור

לסיכום קיבלנו ש

$$\bar{n} = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}, \quad \bar{p} = N_v e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}}$$

בשיווי משקל.

אם $E_F = E_c$ נקבל $\bar{n} = N_c$, ובאותו אופן, אם $E_F = E_V$ נקבל $\bar{p} = N_v$.

נחשב את המכפלה $\bar{n}\bar{p}$, שכאמור מקיימת $\bar{n}\bar{p} = n_i^2$:

$$\bar{n}\bar{p} = N_c N_v e^{-\frac{E_{gap}}{kT}} = n_i^2$$

ניכור שצפיפות המצבים האפקטיבית

$$N_C = \frac{2}{h^3} (2\pi m_e^* kT)^{\frac{3}{2}}, \quad N_V = \frac{2}{h^3} (2\pi m_h^* kT)^{\frac{3}{2}}$$

תלויות בטמפרטורה, אבל תלות זו זניחה לעומת התלות של הביטוי $e^{-\frac{E_{gap}}{kT}}$ בטמפרטורה, לכן n_i^2 תלוי אפקטיבית בטמפרטורה בצורה אקספוננציאלית וב E_{gap} .

נחשב כעת את "רמת פרמי האינטרינסיט" E_{F_i} , כלומר רמת פרמי בחומר אינטרינסי. מכיוון שהחומר ניטרלי,

$$\bar{n} = \bar{p} \Rightarrow N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}} = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}} \Rightarrow \ln N_C - \frac{E_C - E_F}{kT} = \ln N_V - \frac{E_F - E_V}{kT}$$

$$\Rightarrow \ln \frac{N_C}{N_V} = \frac{E_V - E_F + E_C - E_F}{kT} \Rightarrow kT \ln \frac{N_C}{N_V} = E_C + E_V - 2E_F \Rightarrow E_{F_i} = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C}$$

היחס $\frac{N_V}{N_C}$ מצטמצם לכדי יחסי המסות האפקטיביות:

$$\frac{N_C}{N_V} = \frac{\frac{2}{h^3} (2\pi m_e^* kT)^{\frac{3}{2}}}{\frac{2}{h^3} (2\pi m_h^* kT)^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{m_e^*}{m_h^*} \right)^{\frac{3}{2}}$$

ולכן מקבלים:

$$E_{F_i} = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C} = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln \left(\frac{m_e^*}{m_h^*} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3kT}{4} \ln \frac{m_h^*}{m_e^*}$$

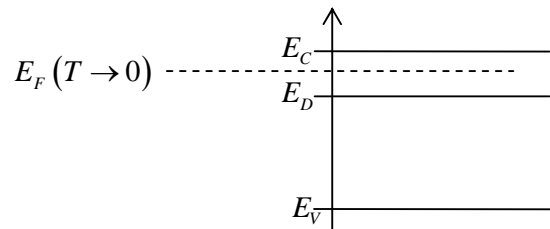
בד"כ יחס המסות האפקטיביות הוא 2 ולכן מקבלים ש

$$E_{F_i} \sim \frac{E_C + E_V}{2}$$

שזה בדיוק אמצע הפס האסור. כלומר, בחומר אינטרינסי, E_F הוא בערך באמצע הפס האסור.

כעת נביט בסיליקון מסוג n ונחשב את רמת פרמי E_F .

בטמפרטורת נמוכות מאוד, $T \rightarrow 0^\circ K$, האלקטרונים עדיין לא השתחררו מהסיגים התורמים, כלומר כל האלקטרונים העודפים נמצאים עדיין ברמת E_D ואף אחד מהאלקטרונים העודפים לא נמצא מעל רמת E_C , ולכן רמת פרמי (שנראית כמו פונקצית מדרגה בטמפרטורות אלו) צריכה להיות בין E_C ל E_D , שוב, כדי שההסתברות לאכלוס מעל E_C יהיה 0.



איור 36: רמות האנרגיה בחומר מסומם מסוג n

ככל שנעלה את הטמפרטורה, רמת פרמי תרד, ונוכל לחשב את רמת פרמי במקרה זה. ראשית, נחשב את היסט רמת פרמי ביחס לרמת פרמי האינטרינסיט. מצאנו כבר ש

$$\bar{n} = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}}, \quad \bar{p} = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}}$$

נחלק את המשוואות:

$$\frac{\bar{n}}{\bar{p}} = \frac{N_C}{N_V} e^{-\frac{E_C - E_F + E_F - E_V}{kT}} = \frac{N_C}{N_V} e^{\frac{2E_F - E_V - E_C}{kT}} \Rightarrow \ln \frac{\bar{n}}{\bar{p}} = \ln \frac{N_C}{N_V} + \frac{2E_F - E_V - E_C}{kT}$$

$$\Rightarrow \ln \left(\frac{\bar{n}}{\bar{p}} \frac{N_V}{N_C} \right) kT = 2E_F - E_V - E_C \Rightarrow E_F = \frac{E_V + E_C}{2} + \frac{kT}{2} \ln \left(\frac{\bar{n}}{\bar{p}} \frac{N_V}{N_C} \right)$$

וניתן לכתוב:

$$E_F = \frac{E_V + E_C}{2} + \frac{kT}{2} \ln \left(\frac{\bar{n}}{\bar{p}} \frac{N_V}{N_C} \right) = \frac{E_V + E_C}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C} + \frac{kT}{2} \ln \frac{\bar{n}}{\bar{p}}$$

$$E_F = E_{F_i} + \frac{kT}{2} \ln \frac{\bar{n}}{\bar{p}}$$

אנו רואים כי בחומר מסוג n , כלומר כאשר הריכוזים מקיימים $\bar{n} > \bar{p}$, נקבל תוספת לרמת פרמי האינטרניסית E_{F_i}

ובחומר מסוג p , כלומר כאשר הריכוזים מקיימים $\bar{n} < \bar{p}$, רמה זו תרד כי נקבל מספר שלילי עבור $\ln \frac{\bar{n}}{\bar{p}}$.

כאשר כל הסיגים מיוננים, ובמצב שיווי משקל (כמו תמיד, בדיון על רמת פרמי), מתקיים

$$\bar{n} = N_D, \quad \bar{n}\bar{p} = n_i^2 \Rightarrow \bar{p} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

ואז נקבל, עבור חומר מסוג n :

$$E_F = E_{F_i} + \frac{kT}{2} \ln \frac{\bar{n}}{\bar{p}} = E_{F_i} + kT \ln \frac{N_D}{n_i}$$

ובאופן מקביל, עבור חומר מסוג p , נקבל:

$$E_F = E_{F_i} + \frac{kT}{2} \ln \frac{\bar{n}}{\bar{p}} = E_{F_i} - kT \ln \frac{N_A}{n_i}$$

כעת במקרה הכללי ביותר, חישוב E_F מגיע מפתרון משוואת הניטרליות

$$\bar{n} + N_A^- = \bar{p} + N_D^+$$

כאשר נציב

$$\bar{n} = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}}, \quad \bar{p} = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}}$$

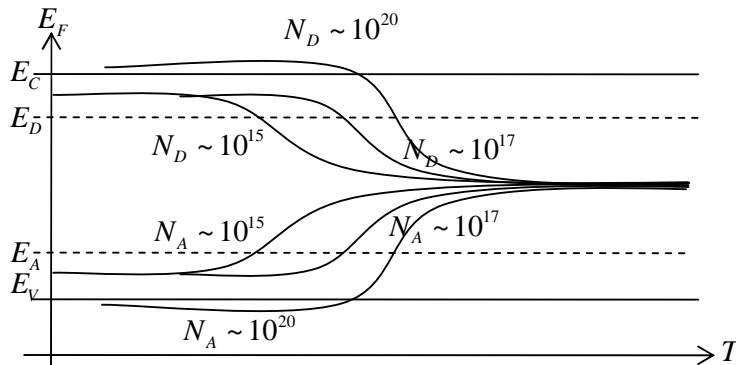
בנוסף, יש להכפיל את הריכוזים שאיתם סיממו את החומר (N_A ו N_D) בהסתברות (פונקצית פרמי-דירק) לאכלוס רמות האנרגיה המתאימות, וכך לקבל את מספר הסיגים המיוננים:

$$N_D^+ = N_D (1 - f_{FD}(E_D)),$$

$$N_A^- = N_A f_{FD}(E_A)$$

הפתרון מתקבל בשיטות נומריות (זכרו שגם הביטויים ל \bar{n} ו \bar{p} הם מקירוב על אינטגרל).

להלן התנהגות רמת פרמי E_F כתלות בטמפרטורה, בריכוזי סיגים שונים:



איור 37: רמות פרמי בחומר אקסטרינסי עבור ריכוזי סימון שונים, כתלות בטמפרטורה

ניתן להבחין שישנה טמפרטורת עבודה מכסימלית, בהינתן ריכוז סיגים מסוים בחומר – כאשר המל"מ מתחמם יותר על המידה, החומר יתנהג כאינטרינסי.

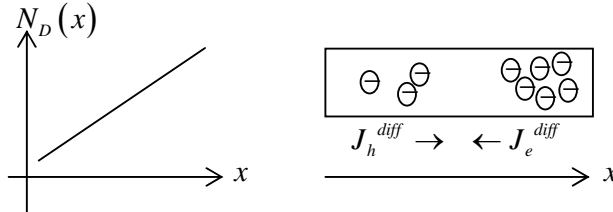
נוכל לאמוד טמפרטורה מכסימלית זו, כאשר נדרוש ש $n_i = N_D$ (לדוגמא בחומר n) ונאמר שהטמפרטורה שבה שוויון זה מתקיים היא הטמפרטורה המכסימלית לעבודה עם החומר המסומם. נקבל:

$$\sqrt{N_C N_V} e^{\frac{E_{gap}}{2kT_{max}}} = N_D \Rightarrow T_{max} = \frac{E_{gap}}{2k \ln \frac{\sqrt{N_C N_V}}{N_D}}$$

דוגמא מספרית: עבור $N_D = 10^{14}$ נקבל $T_{max} = 550^\circ K \sim 277^\circ C$.

ריכוז סיגים משתנה

נביט בדגם עם ריכוזי סיגים $N_D(x)$ הולך וגדל.



תהיה דיפוזיה של אלקטרונים שמאלה J_e^{diff} , ובנוסף דיפוזיה של חורים בכיוון ההפוך, מכיוון שמכפלת הריכוזים קבועה n_i^2 . זרמי הדיפוזיה הללו יוצרים מטען חיובי נטו שזו ימינה. כשמספיק נושאי מטען זזו בדיפוזיה, תופר הניטרליות, כי נושאי המטען התרחקו מהסיגים המיוננים הנייחים. לכן ייווצר שדה חשמלי פנימי בחומר.

מכיוון שלא יתכן זרם בלתי פוסק של נושאי מטען, חייב להיות זרם מנוגד שמנטרל אותו:

$$J_e = 0 = q\mu_e \bar{n} E + qD_e \frac{\partial \bar{n}}{\partial x}$$

מקור הסחיפה יהיה שדה חשמלי פנימי שנוצר מריכוזי נושאי המטען המשתנים במל"מ. נחשב את השדה הפנימי הזה, מתוך הדרישה להתאפסות הזרם הכולל:

$$0 = q\mu_e \bar{n} E + qD_e \frac{\partial \bar{n}}{\partial x} \Rightarrow E = -\frac{D_e}{\mu_e} \frac{1}{\bar{n}(x)} \frac{\partial \bar{n}(x)}{\partial x}$$

ולפי יחס איינשטיין:

$$E_n = -\frac{kT}{q} \frac{1}{\bar{n}(x)} \frac{\partial \bar{n}(x)}{\partial x}$$

ובאותו אופן, עבור חורים:

$$E_p = -\frac{kT}{q} \frac{1}{\bar{p}(x)} \frac{\partial \bar{p}(x)}{\partial x}$$

ברור שהשדה מלווה במפל מתח, ומהקשר $E = -\vec{\nabla} V$ נקבל:

$$V_{Built-in} = -\int E dx = \frac{kT}{q} \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\bar{n}(x)} \frac{\partial \bar{n}(x)}{\partial x} dx$$

כעת נאמר שלמרות שהייתה דיפוזיה שיצרה את השדה, ההבדלים ב $\bar{n}(x)$ זעומים לעומת ריכוז התורמים N_D . לכן

נניח ש $\bar{n}(x) = N_D(x)$ ונקבל

$$V_{Built-in} = \frac{kT}{q} \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{N_D(x)} \frac{\partial N_D(x)}{\partial x} dx = \frac{kT}{q} \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{N_D} dN_D = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_D(x_2)}{N_D(x_1)}$$

ניקח דוגמא מספרית, שבה ריכוז הסיגים משתנה פי 10 מצד לצד של הדגם, אז מפל המתח הוא :

$$V_{Built-in} = \frac{kT}{q} \ln 10 \cong 60m[V]$$

נביט בדוגמא קיצונית יותר : ניקח שני גבישי סיליקון, עם ריכוזי סיגים שונה ביניהם, פי 10.

במקרה זה ייווצר אותו מפל מתח שחישבנו $V_{Built-in} \cong 60m[V]$.

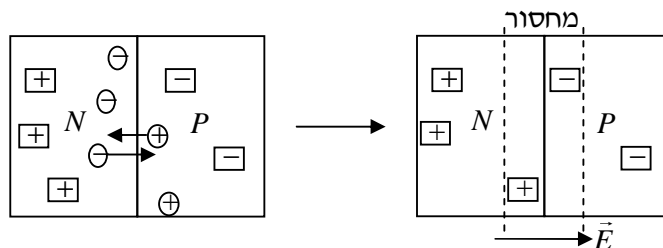
$N_D = 10^{15}$	$N_D = 10^{16}$
-----------------	-----------------

איור 38 : שתי פיסות מל"מ מחוברות זו לזו, עם ריכוז סיגים שונה

מתברר שמתח זה לא יוכל להימדד באופן חיצוני ע"י מד-מתח, מכיוון שישנו שיווי משקל בכל חלקי המל"מ.

פרק 2 – צומת pn (דיודה)

צומת pn הוא מפגש של שתי פיסות מליימ בסימומים שונים, צד n – חומר ניטרלי מסוג n, וצד p – חומר ניטרלי מסוג p. הצומת אינה עשויה באמת משתי פיסות נפרדות, כלומר היא אינה "הדבקה" של שני סוגי מליימ – תהליך הייצור של התקני המליימ הוא כזה שמאפשר ריכוזים שונים של סיגים על משטח מליימ יחיד. כפי שראינו בפרק הקודם, כאשר ישנו הבדל בריכוזי המטענים החופשיים, ישנה נטייה להשוואת ריכוזים, ולכן ייווצר זרם דיפוזיה של האלקטרונים העודפים מצד n, שבו יש הרבה אלקטרונים, לצד p שבו יש מעט אלקטרונים, וכמו כן זרם דיפוזיה של החורים מצד p לצד n. בגלל זרם זה, תופר הניטרליות החשמלית שהייתה בכל צד בנפרד.



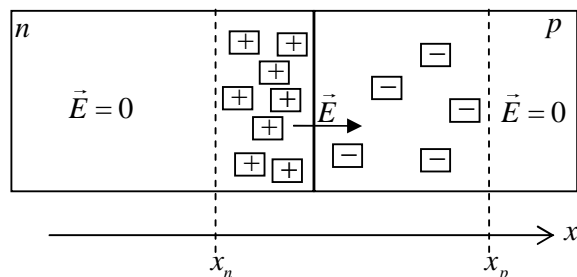
איור 39: תנועת המטענים בדיפוזיה יוצרת אזור מחסור

לאחר זמן מסוים, ייווצר "מחסור" – מצב שבו עד עומק מסוים מאזור המעבר בין סוגי החומרים, יהיו חסרים נושאי מטען ניידים שדאגו לניטרליות. בצד p ישנו מחסור חורים ובצד n ישנו מחסור אלקטרונים. ייווצר שדה חשמלי בין הסיגים המיוננים שנותרו ללא המטען הנייד שתרמו לחומר, שדה שיתרום לזרם סחיפה שכיוונו לצד p, כלומר בכיוון מנוגד לדיפוזיה.

כלומר, מתקבל שזרם הדיפוזיה שהיה מלכתחילה פיתח שדה חשמלי שגרם לזרם סחיפה בכיוון השני. מתקבל איזון, כפי שראינו כבר בפרק הקודם, בין השדה לדיפוזיה ונוצר מצב של שיווי משקל, שבו אין זרם בחומר.

נסכם את תופעות הצומת:

- כל צד ניטרלי לפני החיבור
- הניטרליות הכללית של החומר כולו (שני הצדדים) נשמרת
- נוצרים אזורים מחסור קרוב לממשק בין סוגי החומרים (הצומת)
- נוצר שדה חשמלי פנימי באזורי המחסורים. מחוץ לאזורי המחסור השדה מתאפס, מכיוון ששם החומר ניטרלי.
- שכבת המחסור מתפשטת עמוק יותר בצד שבו מעט סיגים



איור 40: אזור המחסור מתפשט באופן יחסי לריכוזי צידי הצומת

הרחק מאזור הממשק, החומר נשאר ניטרלי, ולכן אזור המחסור כולו חייב גם הוא להישאר ניטרלי. משוואת הניטרליות עבור אזור המחסור תקבע שהמטען בכל צד מקוזז זה את זה:

$$x_n N_D^+ = x_p N_A^- \Rightarrow \frac{x_n}{x_p} = \frac{N_A^-}{N_D^+}$$

וכך אנו רואים שככל שהסימום בצד מסוים גדול יותר, אזור המחסור יהיה גדול יותר בצד השני.

ייצוג צומת pn בעזרת מודל פסי אנרגיה

כאשר החומר אינטרינסי, מתקיים:

$$n_i = N_C e^{-\frac{E_C - E_i}{kT}} \Rightarrow N_C = n_i e^{\frac{E_C - E_i}{kT}}$$

$$n_i = N_V e^{-\frac{E_i - E_V}{kT}} \Rightarrow N_V = n_i e^{\frac{E_i - E_V}{kT}}$$

ולכן נוכל לקבל ביטוי פשוט יותר לריכוזי נושאי המטען:

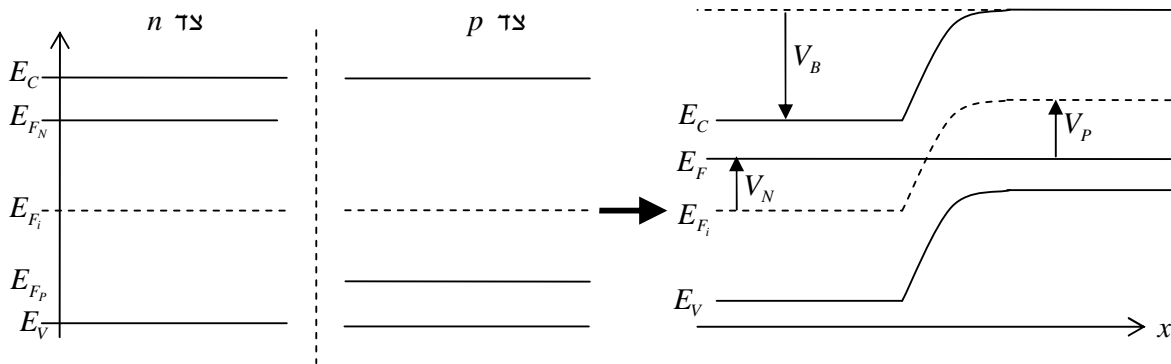
$$n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}} = n_i e^{-\frac{E_C - E_i}{kT}} e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}}$$

$$p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}} = n_i e^{-\frac{E_i - E_V}{kT}} e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}}$$

וכך נקבל את "יחסי בולצמן":

$$n = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{kT}}, \quad p = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{kT}}$$

נרצה לחבר את תמונת פסי האנרגיה של הצומת, ואת זה נקבל משתי התמונות של שני הצדדים. כשמחברים את הפסים של שני צידי המולימ לתמונה אחת משותפת, רמת פרמי E_F בשיווי משקל חייבת להיות קבועה, כי לא נעים מטענים משני הכיוונים, כלומר החומר בשיווי משקל, ולכן החיבור היחיד האפשרי הוא כאשר שאר הרמות של צד מסוים יזוז כך שרמת פרמי של הצומת תישאר קבועה.



איור 41: חיבור שתי התמונות הנפרדות של שני הצדדים לתמונה משותפת של הצומת

מפסי האנרגיה רואים כי:

$$V_N = \frac{1}{q}(E_{F_N} - E_{F_i}), \quad V_P = \frac{1}{q}(E_{F_i} - E_{F_P})$$

מצאנו כבר ש:

$$E_{F_N} - E_{F_i} = kT \ln \frac{N_D}{n_i}, \quad E_{F_i} - E_{F_P} = kT \ln \frac{N_A}{n_i}$$

ולכן נקבל:

$$V_N = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_D}{n_i}, \quad V_P = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} \Rightarrow V_B = V_N + V_P = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2} = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i^2 / N_D}$$

לדוגמא, נחשב את כיוף פסי האנרגיה באופן מספרי:

$$V_B \cong 0.026[V] \ln \frac{10^{34}}{10^{20}} \cong 0.69[V]$$

כפי שצינו כבר בפרק הקודם, את הפרש המתח הפנימי של הצומת, V_B , לא נוכל למדוד עם וולט-מטר, כי מכשיר זה מודד בעצם הפרש ברמות פרמי, מה שכאן לא קיים.

כעת נחשב את המתח הבנוי בצומת בצורה נוספת – משיקולי השדה החשמלי. זרם הסחיפה מאזן את זרם הדיפוזיה:

$$J_h = 0 = q\bar{p}\mu_h E - qD_h \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$$

ולכן הביטוי לשדה החשמלי הפנימי שנוצר הוא:

$$E = \frac{D_h}{\mu_h} \frac{1}{\bar{p}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$$

$$E = \frac{kT}{q} \frac{1}{\bar{p}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$$

נוכל לחשב את הפרש הפוטנציאלים מהקשר $E = -\vec{\nabla}V$:

$$V_B = -\int E dx = -\int_{x_n}^{x_p} \frac{kT}{q} \frac{1}{\bar{p}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} dx = \frac{kT}{q} [\ln \bar{p}]_{x_n}^{x_p} = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = \frac{kT}{q} \ln \left[\frac{N_A}{(n_i^2 / N_D)} \right]$$

ואכן קיבלנו אותו ביטוי ל V_B , כפי שקיבלנו כשחישבנו אותו מפסי האנרגיה. אנו רואים שתלות המתח הוא ביחסי הריכוזים בין שני צידי החומר בצומת. ניתן להגיע לקשר ההפוך, בין ריכוזי הסיגים בכל צד של הצומת לבין המתח הבנוי בצומת :

$$\frac{N_D}{(n_i^2 / N_A)} = e^{\frac{qV_B}{kT}}$$

ניתן לומר שבצומת נוצר מחסום פוטנציאל V_B ע"י השדה הפנימי. מחסום פוטנציאל זה בולם את נושאי המטען החופשיים שרוצים לבצע דיפוזיה כדי לאזן את הריכוזים השונים משני צידי הצומת.

כדי לחשב את ריכוז המטענים בצומת, יש לפתור את משוואת הניטרליות, ולהיעזר במשוואת פואסון :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{dE}{dx} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

כאשר צפיפות המטען המרחבית היא :

$$\rho(x) = q(p - n + N_D^+ - N_A^-)$$

במודל פסי האנרגיה קיבלנו את יחסי בולצמן :

$$n = n_i e^{\frac{qV(x)}{kT}}, \quad p = n_i e^{-\frac{qV(x)}{kT}}$$

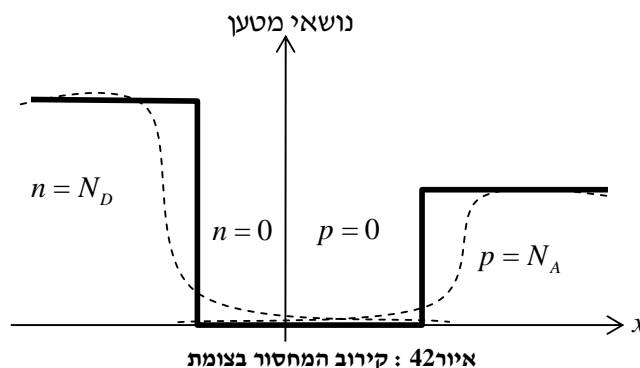
נוכל להציב ביטויים אלו במשוואת צפיפות המטען המרחבית ולפתור. מסתבר שלמשוואה שנקבל אין פתרון אנליטי, ולכן צריך לפתור אותה בצורה נומרית, בעזרת מחשב. כדי לפתור בצורה אנליטית, נצטרך לבצע הנחות. הנחה אפשרית, שכבר הנחנו אתה בעבר, היא שהניטרליות מופרת בצורה קלה :

$$\rho(x) \sim 0$$

מקבלים ש $n \sim N_D$ ואז :

$$E = -\frac{kT}{q} \frac{1}{N_D} \frac{dN_D}{dx}$$

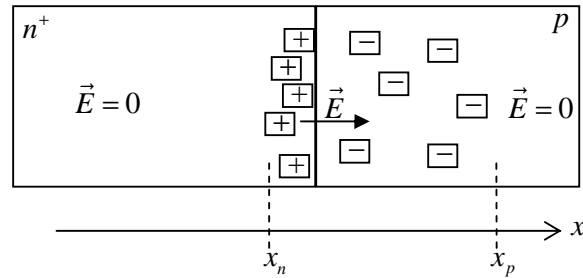
הנחה נפוצה אחרת : קירוב המחסור (Depletion Approximation). נניח שכל נושאי המטען הניידים חסרים, כלומר $n = p = 0$ באזורים שבהם אנו מחשבים את השדה. במציאות מתברר שנושאי המטען הניידים תורמים תרומה זניחה לשדה החשמלי, כאשר ריכוזם יורד באופן אקספוננציאלי באזור המחסור.



באיור 42 אנו רואים את ריכוזי נושאי המטען בצומת pn . הקו העבה הוא הקירוב של מחסור מלא, והמקווקו הוא הריכוז המעשי.

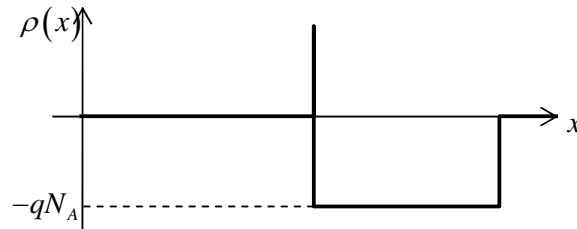
צומת מדרגה חד-צדדי

צומת חד-צדדי הוא צומת שבו צד אחד מסומם בריכוז גבוה מאוד ביחס לצד השני. נביט בצומת מסוג n^+p , שבו ריכוז התורמים בצד n גדול מאוד מאשר ריכוז הנוטלים בצד p . כתוצאה מכך, מקבלים $x_n \sim 0$ כי שכבת המחסור כולה בצד p , ושם מתפתח השדה.



איור 43: בצומת חד-צדדי, רוחב אזור המחסור זניח באזור המסומם באופן דומיננטי

נניח את קירוב המחסור, כלומר באזור המחסור ישנם רק סיגים נייחים, ואין נושאי מטען נייחים. באיור 44 מתוארת צפיפות המטען כפונקציה של המיקום. מכיוון שרוחב אזור המחסור בצד n^+ שואף ל-0, המטען החיובי עבור $x = 0$ (אזור הממשק של שני סוגי החומרים) בצורה של פונקציה $\delta(x)$, אותה כבר פגשנו בעבר.



איור 44: פילוג המטען בצומת חד-צדדי

בכל צד של הצומת, יש צפיפות מטען משטחי שגודלו

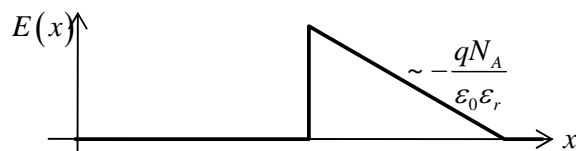
$$Q = qN_A x_p \left[\frac{cb}{cm^2} \right]$$

באיור 45 מתואר פילוג השדה החשמלי בצומת כפונקציה של המרחק. חישוב השדה נעשה ע"י אינטגרציה של צפיפות המטען, משום שמשוואת פואסון אומרת כי:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

מליניאריות השדה החשמלי, נוכל לחשב את ערך השדה המכסימלי, ע"י הכפלת שיפוע הגרף ברוחב אזור המחסור בצד p :

$$E_{\max} = x_p \cdot \frac{qN_A}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$



איור 45: פילוג השדה החשמלי בצומת חד-צדדי

את המתח הבנוי V_B נמצא מחישוב השטח שנוצר תחת הגרף של השדה, כלומר

$$V_B = \frac{1}{2} x_p E_{\max} = \frac{1}{2} x_p \cdot x_p \frac{qN_A}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{1}{2} \frac{qN_A}{\epsilon_0 \epsilon_r} x_p^2$$

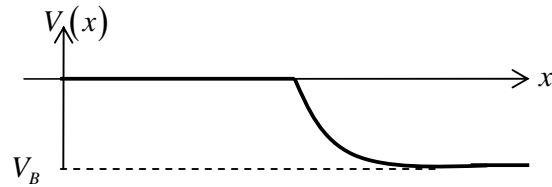
ומכאן נוכל לחלץ ביטוי לרוחב שכבת המחסור x_p :

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_r V_B}{qN_A}}$$

וכך נקבל את ביטוי למטען האגור בכל צד של הצומת:

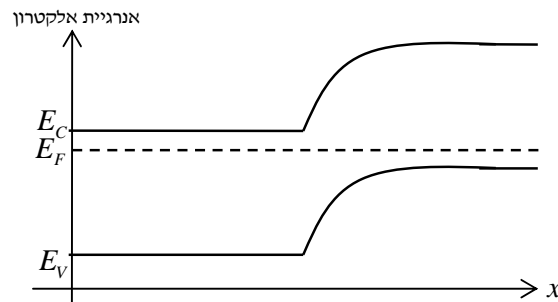
$$Q = qN_A \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r V_B}{qN_A}} = \sqrt{2\epsilon_0\epsilon_r qN_A V_B}$$

נשרטט את גרף הפוטנציאל בצומת, ע"י אינטגרציה נוספת – של השדה החשמלי, ואת רואים באיור 46.



איור 46: הפוטנציאל בצומת חד-צדדי

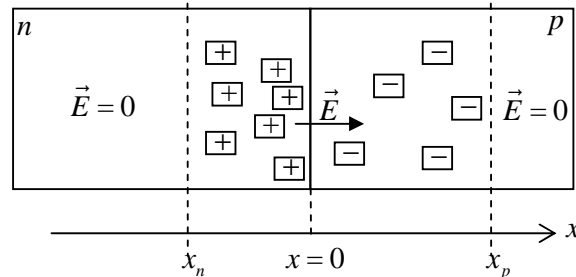
וכך נקבל את פסי האנרגיה שמתעוותים בגלל השינוי בריכוז הסיגים, באיור 47.



איור 47: עיקום פסי האנרגיה בצומת חד-צדדי

צומת מדרגה כללי

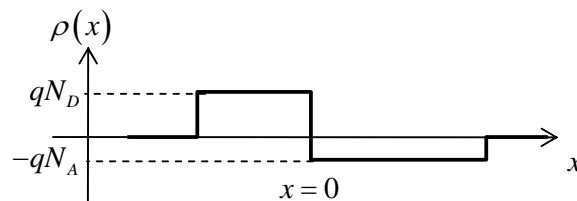
המטען החיובי שהיה מרוכז כפונקציה $\delta(x)$ בצומת חד-צדדי, כעת מרוכז בצורה דומה בשני צידי הצומת, לאורך x_n בצד ה- n של המל"מ. ניתוח הצומת יהיה כמעט זהה לניתוח צומת חד-צדדי.



איור 48: צומת מדרגה כללי

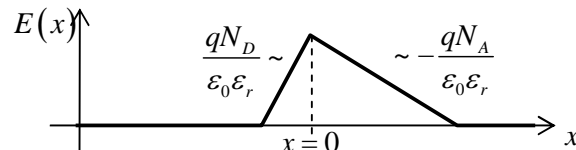
ריכוזי הסיגים אחידים בכל צד, ובזאת באה לידי ביטוי המדרגה. שטחי המלבנים הנוצרים באיור 49 שווים:

$$qN_D x_n = qN_A x_p$$



איור 49: ריכוזי המטענים בצומת מדרגה כללי

לשדה שיתקבל יהיה גם רכיב בצד ה- n . אינטגרציה על המטען המרחבי תיתן לנו את השדה שמופיע באיור 50.



איור 50: פילוג השדה החשמלי בצומת מדרגה כללי

השדה החשמלי המכסימלי המתקבל:

$$E_{\max} = \sqrt{\frac{2qV_B}{\epsilon_0\epsilon_r} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D}}$$

והביטויים לרוחב הצומת:

$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r V_B}{q} \frac{N_A}{(N_A + N_D) N_D}}$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r V_B}{q} \frac{N_D}{(N_A + N_D) N_A}}$$

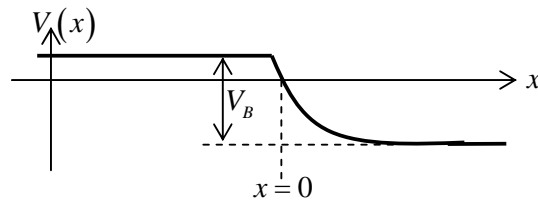
וכמו קודם, מחסום הפוטנציאל של הצומת הוא:

$$V_B = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$$

אם נבחר את הפוטנציאל בצומת להיות אפס, כלומר

$$V(x=0) = 0$$

נקבל את גרף הפוטנציאל שמופיע באיור 51.



איור 51: הפוטנציאל בצומת מדרגה כללי

מבחינה טכנולוגית, יותר פשוט לייצר צומת חד-צדדי, ולכן צמתים כאלו הם היותר נפוצים.

צומת ליניארי

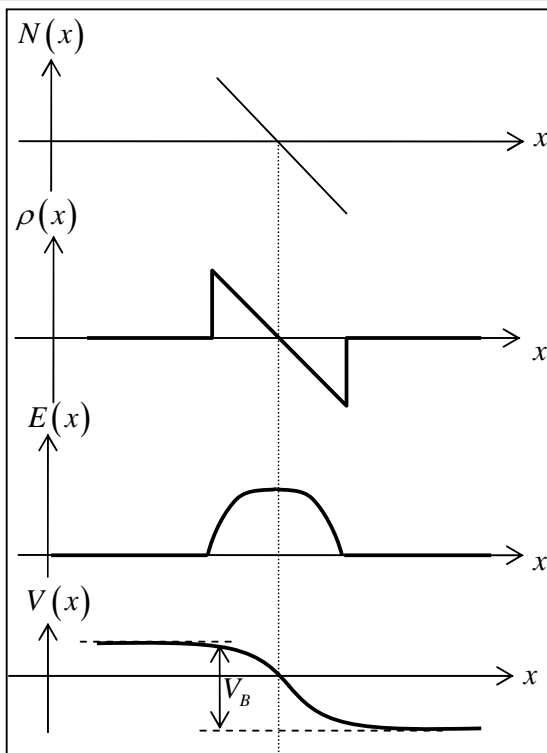
בצומת זו, לריכוז הסיגים אופי ליניארי בצומת:

$$N(x) = -ax$$

בנקודת הצומת, החומר אינטרינסי כלומר שם יש קומפנסציה מלאה.

שטחי המשולשים שנוצרים בגרף צפיפות המטען יהיו שווים, בגלל הניטרליות של החומר.

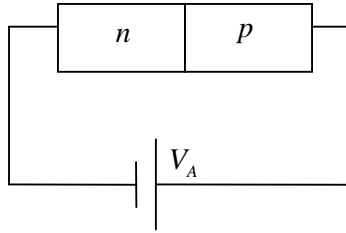
אופי השדה יהיה עכשיו פרבולי, ואופי הפוטנציאל יהיה כמו x^3 .



איור 52: אופייני הצומת הליניארי

ממתח חיצוני על דיודה

נבחן את תגובת הדיודה (צומת pn נקראת דיודה) לתוספת של ממתח חיצוני עליה.



איור 53: הוספת ממתח חיצוני על דיודה

הוספת ממתח חיצוני תהיה לפי ההסכם:

$$V_{Total} = V_B - V_A$$

כאשר V_A מסמן את המתח החיצוני, Applied, והמתח הבנוי בצומת הוא V_B .

- ממתח קדמי יהיה ממתח בכיוון הפוך למתח הבנוי המתפתח בצומת, כלומר $V_A > 0$, מה שמקטין את מחסום הפוטנציאל הכללי V_{Total} .
- ממתח אחורי יהיה באותו כיוון כמו המתח הבנוי בצומת, כלומר $V_A < 0$, מתח שמגדיל את מחסום הפוטנציאל.

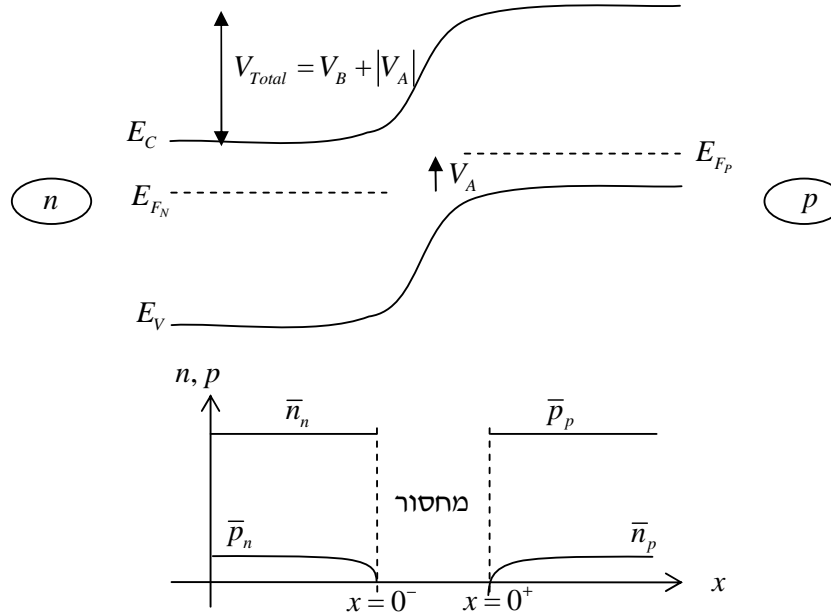
בממתח חיצוני, רמת פרמי לא תהיה קבועה – כי החומר לא במצב שיווי משקל משום שישנה תוספת אנרגיה חיצונית למערכת, ממקור המתח.

דיודה בממתח אחורי

נספק מתח $V_A < 0$, כלומר כיוון הפוך למתח הבנוי בצומת, ולכן נקבל מתח כולל של

$$V_{Total} = V_B + |V_A|$$

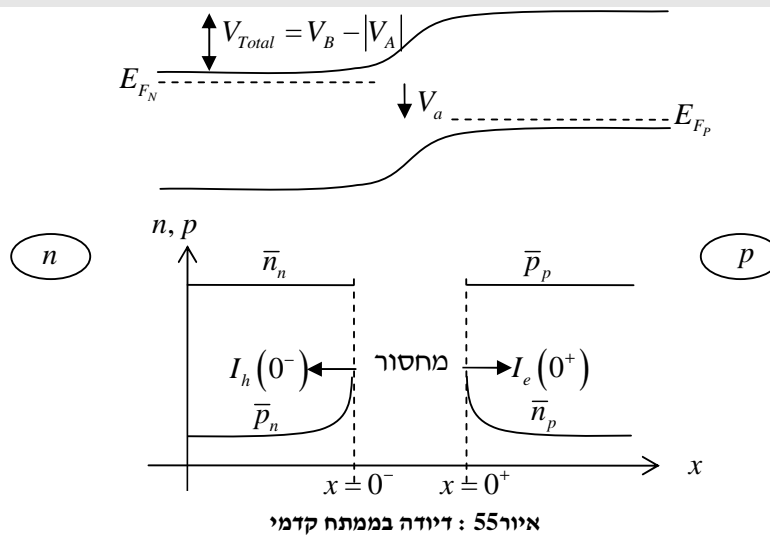
כלומר, המתח בין שני צידי הצומת גדל, כלומר כיפוף הפסים גדל מ V_B ל $V_B + |V_A|$.



איור 54: דיודה בממתח אחורי

כאשר החץ V_A הוא כלפי מעלה, אז $V_A < 0$, כי ציר האנרגיה הוא של אלקטרון. נושאי המיעוט שמגיעים לשפת אזור המחסור נאספים ע"י השדה החזק שבאזור המחסור אל הצד שבו הם הרוב. הזרמים שנוצרים כתוצאה מאיסוף נושאי המיעוט נקראים זרמי זליגה. זרמים אלו קטנים יחסית, כי הם נוצרים מתנועה של נושאי המיעוט.

זרמי הזליגה הללו הם זרמי דיפוזיה של נושאי המיעוט – הם נגרמים משינויים בריכוזי נושאי המטען.

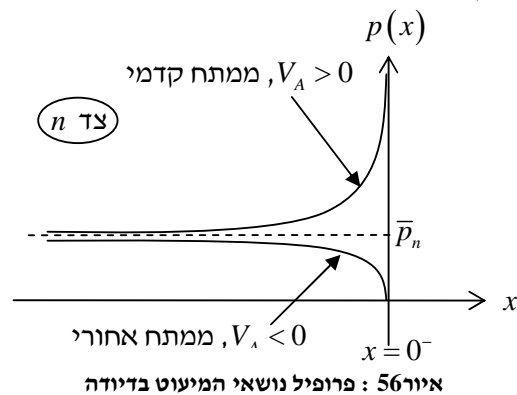


במקרה זה, המתח החיצוני $V_A > 0$ מקטין את מתח הצומת, שהיה V_B , למתח $V_B - |V_A|$, ולכן מתח קדמי נוטה להקטין את מחסום הפוטנציאל בצומת וכך ליישר את פסי האנרגיה. ייווצרו זרמי דיפוזיה של נושאי מיעוט בכל צד של הצומת, מחוץ לאזורי המחסור, אזורים בהם הנחנו שאין שדה חיצוני, בגלל שיווי המשקל וקווי-ניטרליות רחוק מהצומת. כאן נושאי המיעוט מוזרקים מצד שבהם הם רוב לצד שבהם הם מיעוט, ולכן תופעה זו נקראת הזרקה. כאמור, הזרמים הם זרמי דיפוזיה הנובעים משינויים בריכוזי נושאי המיעוט.

מחוק שימור המטען, הזרם בהתקן כולו חייב להיות קבוע בזמן, כי לא נאגרים מטענים בשום מקום בהתקן. ולכן, אם נביט בקצוות אזור המחסור, כלומר בנקודות $x = 0^-$ ו $x = 0^+$, הזרם הכללי הוא סכום הזרמים:

$$I = I_e(0^+) + I_h(0^-)$$

בנקודות רחוקות מהצומת, זרמי הדיפוזיה של נושאי המיעוט קטנים בגלל הרקומבינציה של נושאי המיעוט עם נושאי הרוב שנמצאים בכל צד, שאפשרית בגלל תנועה של נושאי הרוב לכיוון אזור המחסור, בגלל שדה סחיפה קטן מאוד, שבמקרים הקודמים הנחנו שהוא לא קיים.



אם נביט בצד n , הזרם ב $x = 0^-$ הוא זרם דיפוזיה של חורים, $I_h(0^-)$, שמתחלף בזרם סחיפה של אלקטרונים ככל שאנו מסתכלים רחוק יותר (שמאלה במקרה זה) מאזור המחסור. כך, עבור כל חור שהוזרק לצד n , יש אלקטרון שהגיע מהמגעים של החומר, בעזרת שדה הסחיפה, ועבר איתו רקומבינציה.

נשים לב שהקווי-ניטרליות קיימת עדיין – ריכוז האלקטרונים בצד n יהיה כזה שיבטל חשמלית את ריכוז החורים. ושוב, מבחינת סדרי גודל – השינוי בריכוז הרוב, האלקטרונים במקרה זה, יהיה זניח, אך השינוי בריכוז נושאי המיעוט מורגש (תופעה שכבר ראינו בעבר – נושאי הרוב עוקבים אחר נושאי המיעוט, ליצירת ניטרליות).

נדגיש שמדובר כל הזמן בהזרקה חלשה, כלומר הזרקה ריכוז נושאי מיעוט שקטן מאוד מריכוז נושאי הרוב שבצד הרלוונטי. הזרקה נושאי מיעוט בריכוז בסדר גודל של ריכוז נושאי הרוב נקראת הזרקה חזקה.

כעת נבצע חישוב כמותי של הזרמים בצומת pn בממתח קדמי.
נביט בצד n , ונניח שנתון תנאי השפה, כלומר ריכוז החורים המוזרקים בשפת אזור המחסור:

$$p(x=0^-) = \hat{p}_0$$

נפתור את משוואת הרציפות של נושאי המיעוט באזור הניטרלי ובמצב מתמיד, כלומר כאשר הממתח החיצוני קבוע:

$$\frac{d\hat{p}}{dt} = 0 = -\frac{1}{q} \frac{dJ_h(x)}{dx} - \frac{\hat{p}}{\tau_h} + \cancel{G_{opt}}$$

נציב את זרם החורים, כאשר A שטח החתך של המליימ

$$I_h = qAJ_h$$

נכפיל את המשוואה ב qA כדי לעבור לביטוי לזרמים וכך נקבל:

$$0 = -\frac{1}{q} \frac{dI_h(x)}{dx} - qA \frac{\hat{p}}{\tau_h}$$

ולפי משוואת הטרנספורט, כאשר שדה הסחיפה זניח:

$$I_h = qAJ_h = -qAD_h \frac{dp}{dx} = -qAD_h \frac{d\hat{p}}{dx}$$

ואז

$$\frac{1}{q} \frac{d^2 \hat{p}(x)}{dx^2} - \frac{\hat{p}(x)}{D_h \tau_h} = 0$$

הפתרון המתקבל, כאשר הגדרנו $L_h^2 \triangleq D_h \tau_h$:

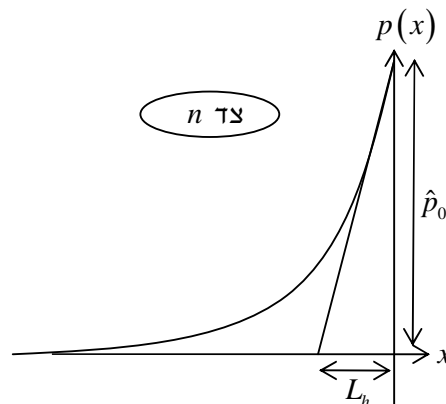
$$\hat{p}(x) = c_1 e^{-\frac{x}{L_h}} + c_2 e^{\frac{x}{L_h}}$$

אם נניח שהדיודה רחבה, אזי המגע האוהמי רחוק מאוד מאזור הצומת ולכן $c_1 = 0$, כי עבור $x \rightarrow -\infty$ צריך לקבל $p(x) = 0$ (נשים לב שאנו פותרים עבור $x < 0$). בנוסף, הנחנו תנאי שפה $\hat{p}(x=0^-) = \hat{p}_0$ ולכן הפתרון לבעיה הוא:

$$\hat{p}(x) = p_0 e^{\frac{x}{L_h}}$$

כעת נחשב את הזרם. כבר ראינו שככל שאנו מתרחקים מאזור הצומת, זרם הדיפוזיה נחלש, וזרם הסחיפה של נושאי הרוב מתחזק, ולכן ככל שמתרחקים מאזור הצומת, הזרמים נעשים מורכבים יותר. לכן, נוח לחשב את הזרם בנקודה $x=0^-$, שם כל הזרם הוא זרם דיפוזיה של נושאי המיעוט המוזרקים:

$$I_h(0^-) = qAD_h \left. \frac{d\hat{p}}{dx} \right|_{x=0} = qAD_h \left. \frac{\hat{p}_0}{L_h} e^{\frac{x}{L_h}} \right|_{x=0} = qA \frac{D_h}{L_h} \hat{p}_0$$



איור 57: פרופיל החורים בצד n

מבחינה גראפית, ניתן לראות שהזרם, שהוא המשיק בנקודה $x=0$ לגרף ריכוז החורים, יוצר משולש שבסיסו L_h . נותר לנו לחשב את \hat{p}_0 - ריכוז החורים המוזרקים לצד n . נניח שיחסי בולצמן עדיין תקפים, כלומר

$$p_n(x=0^-) = p_p e^{\frac{q \cdot \Delta V}{kT}}$$

ולכן

$$p_n(x=0^-) = p_p e^{\frac{q(V_B - V_A)}{kT}} = p_p e^{\frac{qV_B}{kT}} e^{\frac{qV_A}{kT}}$$

נעזר בקשר שקיבלנו בפרק הקודם

$$\frac{N_D}{\left(n_i^2 / N_A\right)} = e^{\frac{qV_B}{kT}}$$

ונקבל

$$e^{\frac{qV_B}{kT}} = \frac{n_i^2 / N_A}{N_D}$$

בצד p יש לנו ריכוז חורים N_A ולכן

$$p_n(x=0^-) = \underbrace{N_A e^{-\frac{qV_B}{kT}}}_{\bar{p}_n} e^{\frac{qV_A}{kT}} = \bar{p}_n e^{\frac{qV_A}{kT}}$$

ולכן העודפים בשפה הם :

$$\hat{p}_0 = \hat{p}(0^-) = p_n(0) - \bar{p}_n = \bar{p}_n \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) = \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

ובאופן דומה ניתן לקבל את הביטויים עבור האלקטרונים בצד p :

$$n_p(x=0^+) = \bar{n}_p e^{\frac{qV_a}{kT}}$$

$$\hat{n}_0 = \hat{n}(x=0^+) = n_p(0) - \bar{n}_p = \bar{n}_p \left(e^{\frac{qV_a}{kT}} - 1 \right) = \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{qV_a}{kT}} - 1 \right)$$

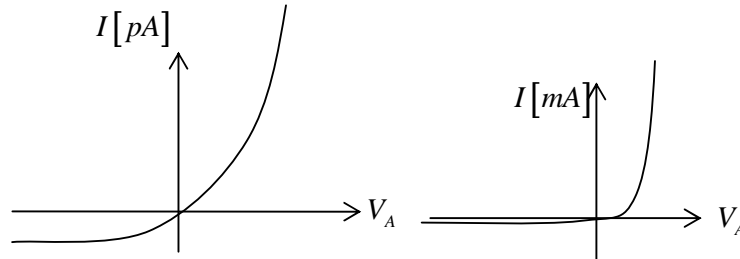
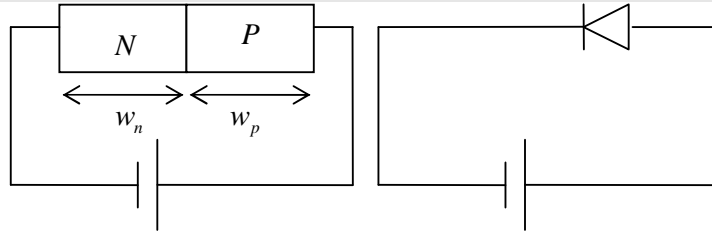
בממתח אחורי, יש לנו חוסר מוחלט ב $x=0^-$, כי נקבל $\hat{p}_0 = \hat{p}(0^-) = \frac{n_i^2}{N_D}(-1)$, כלומר כל נושאי המיעוט בשיווי משקל חסרים. כמו שראינו קודם, הזרם הכולל בצומת יהיה

$$I = I_e(0^+) + I_h(0^-)$$

נחשב את יחס ההזרקה, כדי לראות האם זרם האלקטרונים גדול מזרם החורים (או ההפך). נניח שמקדמי הדיפוזיה של החורים והאלקטרונים שווים :

$$r = \frac{I_h(0^-)}{I_e(0^+)} \cong \frac{\hat{p}_0}{\hat{n}_0} = \frac{\frac{n_i^2}{N_D}}{\frac{n_i^2}{N_A}} = \frac{N_A}{N_D}$$

כלומר, יחס ההזרקה הוא כיוון הסיגים – הזרקה גדולה יותר מאזור שבו יש יותר סיגים – תוצאה שיכולנו לצפות מראש, מאינטואיציה בלבד.



איור 58: אופיין זרם-מתח של דיודה

תזכורת - הנחות ושיקולים לגבי צומת pn :

1. צומת מדרגה: ריכוזי סיגים קבועים בכל צד.
2. קירוב המחסור:

- א. בשכבת המחסור אין כלל נושאי מטען ניידים (בשולי שכבת המחסור הריכוז עולה בצורה אקספוננציאלית, ואת זאת אנו מזניחים), לכן אנו מסיקים שהמטען המרחבי באזור המחסור הוא כתוצאה מהסיגים המיוננים בלבד.
- ב. מחוץ לאזור המחסור, נניח קווי-ניטרליות – נושאי המטען הניידים מקזזים את מטען הסיגים, ולכן השדה החשמלי מחוץ לאזור המחסור מתאפס (ממשוואת פואסון).
- ג. המתח הבנוי בצומת נופל רק על אזור המחסור, שם השדה החשמלי קיים.

ד. המתח הכללי על הצומת: $V_{Total} = V_B - V_A$, כאשר המתח הבנוי הוא $V_B = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$.

3. צומת חד-צדדי: ריכוז סיגים גדול משמעותית בצד אחד של הצומת.

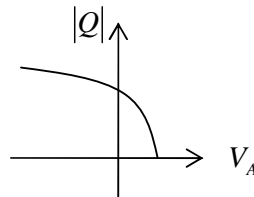
ראינו שבצומת מדרגה, רוחב אזור המחסור בצד p הוא

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r(V_B - V_A)}{qN_A}}$$

וגם קיבלנו ביטוי לצפיפות משטחית של המטען בצד p :

$$Q = qN_A x_p = \sqrt{2\epsilon_0\epsilon_r q N_A (V_B - V_A)}$$

מכיוון שמצטבר מטען בצומת, כפונקציה של המתח החיצוני עליו, נוכל לדבר על קיבול של הצומת, ולפי הקשר $Q = \sqrt{2\epsilon_0\epsilon_r q N_A (V_B - V_A)}$, נוכל לשרטט גרף של המטען כפונקציה של המתח החיצוני V_A . כמובן שהקיבול לא ליניארי, כמו הקבלים המוכרים לנו שמקיימים את הקשר $Q = CV$.



נגדיר קיבול דיפרנציאלי לצומת C_j כך:

$$C_j \triangleq \frac{dQ}{dV_A} = \frac{1}{2} \frac{-2\epsilon_0\epsilon_r q N_A}{\sqrt{2\epsilon_0\epsilon_r q N_A (V_B - V_A)}} = \frac{-\epsilon_0\epsilon_r q N_A}{\sqrt{2(V_B - V_A)}} = \epsilon_0\epsilon_r \sqrt{\frac{-qN_A}{2\epsilon_0\epsilon_r (V_B - V_A)}} = \frac{\epsilon_0\epsilon_r}{x_p}$$

ולכן, עבור שינויים קטנים במתח, ומכיוון ש Q מייצג מטען משטחי, הקיבול מתנהג כקבל לוחות ליניארי בקירוב, כאשר x_p מייצג את המרחק בין הלוחות.

לכן ניתן להשתמש בדיודה כקבל, כאשר הממתח אחורי, וקיבולו משתנה עם שינוי המתח, וכמו שראינו, שינויים בטנים במתח שקולים לשינוי המרחק בין לוחות של קבל לוחות רגיל.

נחשב את זרם הדיפוזיה של נושאי המיעוט באזור הניטרלי. נביט בצומת $n^+ p$. ראשית, נפתור את ריכוז האלקטרונים בצד p . נניח שתנאי בולצמן מתקיימים, כלומר

$$n_p(0^+) = \bar{n}_p e^{\frac{qV_a}{kT}}$$

ולכן, כדי לדעת את עודף ריכוז נושאי המיעוט n_p , לכל V_A , נוכל לכתוב

$$\hat{n}(0^+) = n_p(0^+) - \bar{n}_p = \bar{n}_p \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

אם נביט בדיודה ארוכה, כלומר $w_p \gg L_e$, נקבל פתרון מוכר לנו:

$$\hat{n}(x) = \hat{n}_p(0^+) e^{-\frac{x}{L_e}} = \bar{n}_p \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{-\frac{x}{L_e}}$$

כעת, לחישוב זרם הדיפוזיה של האלקטרונים, בנקודה $x = 0^+$, כלומר בקצה אזור המחסור:

$$I_e(0^+) = qAD_e \left. \frac{\partial \hat{n}}{\partial x} \right|_{x=0} = qAD_e \bar{n}_p \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) \left(-\frac{1}{L_e} \right) \cdot \left[e^{-\frac{x}{L_e}} \right]_{x=0} = -\frac{qAD_e}{L_e} \bar{n}_p \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

עכשיו נביט בדיודה קצרה, כלומר $w_p \ll L_e$.

תזכורת: מגע אוהמי מאלץ ריכוז שיווי משקל, כלומר בקצה הדיודה, $x = w_p$, יהיה ריכוז 0. במצב זה, החורים לא מספיקים להתאחד (לבצע רקומבינציה) עם אלקטרונים, ולהגיע למגעיים. נקבל את הפתרון:

$$\hat{n}(x) = \hat{n}_p(0^+) \left(1 - \frac{x}{w_p} \right) = \bar{n}_p \left(e^{\frac{qV_a}{kT}} - 1 \right) \left(1 - \frac{x}{w_p} \right)$$

כעת, לחישוב זרם הדיפוזיה של האלקטרונים, בנקודה $x = 0^+$, כלומר בקצה אזור המחסור:

$$I_e(0^+) = qAD_e \left. \frac{\partial \hat{n}}{\partial x} \right|_{x=0} = qAD_e \bar{n}_p \left(e^{\frac{qV_a}{kT}} - 1 \right) \left(-\frac{1}{w_p} \right) = -\frac{qAD_e}{w_p} \bar{n}_p \left(e^{\frac{qV_a}{kT}} - 1 \right)$$

בדיודה כללית, פתרון הריכוזים הוא

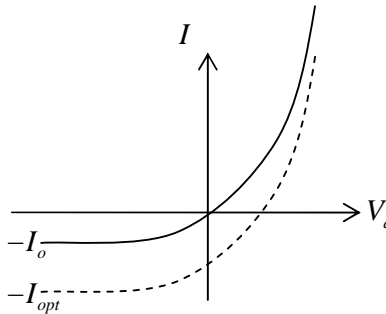
$$\hat{n}(x) = \hat{n}_p(0^+) \frac{\sinh \frac{w_p - x}{L_e}}{\sinh \frac{w_p}{L_e}}$$

לאחר חישוב הזרם בצד אחד של הדיודה, יש לחשבו בצד השני, ולסכום את התוצאות. עבור דיודה ארוכה, נקבל באופן דומה לאופן שבו קיבלנו את הזרם של האלקטרונים את זרם החורים:

$$I_h(0^-) = qAD_p \left. \frac{\partial p \hat{n}}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{qAD_p}{L_p} \bar{p}_n \left(e^{\frac{qV_a}{kT}} - 1 \right)$$

וכדי לקבל את סה"כ הזרם בדיודה, יש לסכום את הזרמים:

$$I = I_e(0^+) + I_h(0^-) = qA \left[\frac{D_p}{L_p} \bar{p}_n + \frac{D_e}{L_e} \bar{n}_p \right] \left(e^{\frac{qV_a}{kT}} - 1 \right) \triangleq I_0 \left(e^{\frac{qV_a}{kT}} - 1 \right)$$



איור 59: אופיין דיודה בתוספת הארה קבועה

אם נאיר את הדיודה, ניצור עודפי נושאי מיעוט בכל צד של הדיודה, וכך נגדיל את זרמי הזליגה. כאשר $G_{opt} \left[\frac{1}{\text{sec} \cdot \text{cm}^3} \right]$ היא הגנרציה האופטית, שטח הדיודה ו $w_{dep} [cm]$ הוא עובי שכבת המחסור, כלומר הזרם האופטי הוא $w_{dep} \triangleq |x_p - x_n|$

$$I_{opt} \triangleq qAG_{opt}(L_e + L_h + w_{dep})$$

נוסחת הזרם הכללי תהיה מוסטת כלפי מטה ותהיה:

$$I = I_0 \left(e^{\frac{qV_a}{kT}} - 1 \right) - qAG_{opt}(L_e + L_h + w_{dep})$$

כשנוצר זוג אלקטרון-חור בגלל הגנרציה האופטית, כאשר הוא בתחום אזור המחסור w_{dep} בתוספת L_e ו L_h , וכאשר הממתח אחורי, זוג זה ייפרד עקב השדה באזור המחסור וכל נושא מטען יחזור לצד שבו הוא נושא רוב. התוספת של האור גורמת לריכוז המיעוט בשיווי משקל, בצד p לדוגמא, להיות גדול יותר:

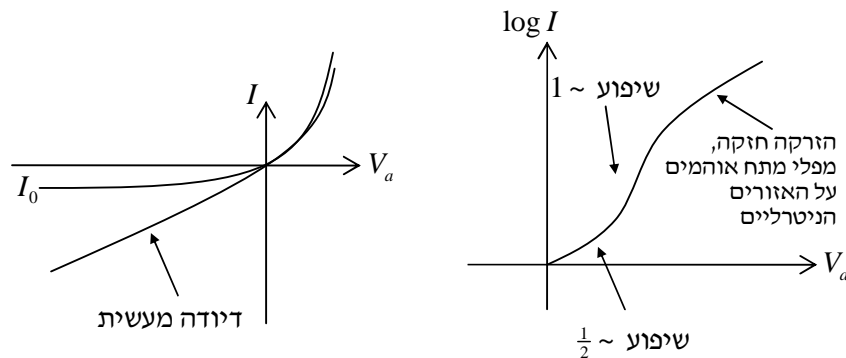
$$n_p = \bar{n}_p + G_{opt} \tau_p$$

ובכך גורמת לזרם איסוף גדול יותר. הוספנו לרוחב אזור המחסור w_{dep} את המרחקים L_e ו L_h כי מפתרון משוואת הרציפות, בתוספת איבר הגנרציה האופטית G_{opt} (איבר שהשמטנו בתחילת הדיון בדיודה), מסתבר שזוגות הנוצרים עקב גנרציה תרמית במרחקים אלו, הם אלו שתורמים להגדלה נוספת בזרם האיסוף, וזוגות שנוצרים רחוק יותר מהצומת, לא תורמים להגדלת זרם זה.

גנרציה ורקומבינציה בשכבת המחסור

ישנו רכיב נוסף של זרם, שעד עתה לא התייחסנו אליו, שנובע מגנרציה תרמית של זוגות באזור המחסור. גנרציה ורקומבינציה נעשים ע"י מעבר במוקדי אנרגיה באמצע הפס אסור, וע"פ מודל זה, מתקבל הזרם

$$I_{GR} = \frac{qAn_i w_{dep}}{2\tau} e^{\frac{qV_a}{2kT}} \triangleq I_{GR_0} e^{\frac{qV_a}{2kT}}$$



איור 60: אופיין הדיודה מעשי יותר

ולכן הזרם הכללי בממתח קדמי יהיה:

$$I_{total} = I_0 e^{\frac{qV_a}{kT}} + I_{GR_0} e^{\frac{qV_a}{2kT}} \triangleq I_s e^{\frac{qV_a}{nkT}}$$

כאשר $1 \leq n \leq 2$ נקרא מקדם האידיאליות. באופן מעשי, $n \in [1.2, 1.5]$. אם הדיודה אידיאלית, וכשרכיב זרם הגרציה-רקומבינציה I_{GR_0} הוא אפסי אז $n = 1$.
 בממתח קדמי נמוך, הזרם I_{GR_0} דומיננטי, ובממתח קדמי גבוה, הזרם I_0 הוא הדומיננטי.

בממתח אחורי ($V_A < 0$), בסיליקון בטמפרטורת החדר, מודדים זרם זליגה יותר גדול מאשר היינו מצפים למדוד -

$$I_{GR} = \frac{qAw_{dep}n_i}{2\tau} \quad \text{כאשר} \quad w_{dep} \propto \sqrt{V_B - V_A}$$

השפעת הטמפרטורה על דיודה

למרות שאנו רואים תלות בטמפרטורה מהביטוי

$$I = I_0 \left(e^{\frac{qV_a}{kT}} - 1 \right)$$

התלות הדומיננטית יותר בטמפרטורה מגיעה מ I_0 , בגלל התלות של n_i בטמפרטורה:

$$n_i^2 \propto T^3 e^{-\frac{E_{gap}}{kT}}$$

$$I_0 \propto T^3 e^{-\frac{E_{gap}}{kT}} \quad \text{ולכן גם}$$

מודדים את רגישות הטמפרטורה כך:

$$\frac{1}{I_0} \frac{dI_0}{dT} = \frac{d}{dT} (\ln I_0) = \frac{4}{T} + \frac{E_{gap}}{kT^2} \cong 15\% \left[\frac{1}{^\circ K} \right]$$

כלומר הזרם משתנה בכ- 15% לכל מעלת קלווין אחת – תלות דומיננטית מאוד.

כאשר מפעילים את הצומת בזרם קבוע,

$$I = I_0 \left(e^{\frac{qV_a}{nkT}} - 1 \right) \Rightarrow V_a = \frac{nkT}{q} \ln \frac{I}{I_0}$$

נגזור לפי T :

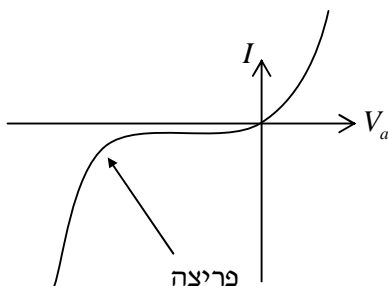
$$\frac{dV_a}{dT} = \frac{nK}{q} \ln \frac{I}{I_0} - \frac{nkT}{q} \frac{1}{I_0} \frac{dI_0}{dT} = -\frac{n(3kT + E_{gap}) - V_a}{T} \cong -2.4m \left[\frac{V}{K} \right]$$

כלומר, המתח ירד ככל שהטמפרטורה תעלה.

פריצה בדיודה (Breakdown)

עבור מתח אחורי מסוים, מסתבר שמתקבל זרם שנקרא זרם פריצה, בגלל שדה חשמלי גבוה. קיימים מספר מנגנוני פריצה:

- א. פריצת בקיעה (*Punch-Through*)
קורה כאשר שכבת המחסור מתפשטת עד למגע האוהמי של הדיודה – ניתן לבנות דיודה שבה שכבת המחסור מתפשטת, במתח אחורי מסוים, עד למגע האוהמי. כך נוצר מצב שכל נושאי המטען שהמגע האוהמי מספק עוברים את שכבת המחסור ומספקים זרם בכיוון הפוך. כך המנגנון שהגביל את הזרם – האיסוף מהאזור הניטרלי – מתבטל.
- ב. פריצת מפולת (*Avalanche*)
תהליך היוניזציה: בשדה באזור המחסור, נושאי מטען יכולים להאיץ ולרכוש אנרגיה שמספיקה להתנגש וליינן אטום, וליצור זוג. כך יכולה להתקיים תגובת שרשרת של אלקטרונים שנוצרים, מואצים ויוצרים זוגות חדשים ע"י יינון.
התנאי למפולת כזו: שדה גבוה, כדי שאלקטרון ירכוש אנרגיה קינטית גבוהה מ E_{gap} בין ההתנגשויות התרמיות שלו. נקרא לשדה כזה E_B (Breakdown).
- ג. פריצת מנהור (*Tunneling*), קשורה לתופעה פיסיקאלית קוונטית של מעבר אלקטרונים דרך מחסום פוטנציאל.



איור 61: פריצה בצומת בממתח אחורי

מידול הדיודה (Modeling)

השתנות בזמן	"אות גדול" לא ליניארי	"אות קטן" קירוב ליניארי
$\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$	משוואות לא ליניאריות, בד"כ דיפרנציאליות ולעיתים חלקיות	ליניאריזציה, בתחום מסוים. משוואות דיפרנציאליות ליניאריות. ניתן לפתור בד"כ בעזרת התמרת לפלס או בעזרת פאזורים. נצטרך להוסיף מערכת קבלים/סלילים, כדי לדמות את השינוי בזמן
$\frac{\partial}{\partial t} = 0$, מצב מתמיד	משוואות אלגבריות לא ליניאריות	ליניאריזציה, בתחום מסוים. משוואות אלגבריות ליניאריות

הדיודה היא הרכיב הלא-ליניארי הראשון שאנו נתקלים בו. ניתוח רכיבים לא ליניאריים הוא לא תהליך מוגדר מראש כמו זה של רכיבים ליניאריים (כדוגמת הנגד/קבל/סליל שאנו יודעים לעבוד איתם היטב). את אופיין זרם הדיודה כבר פיתחנו, וקיבלנו משוואה לא ליניארית של זרם/מתח, קבועה בזמן:

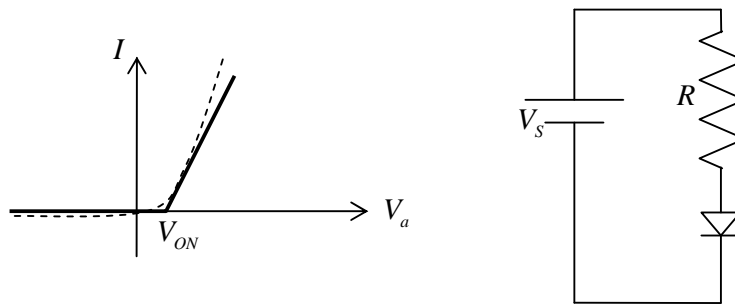
$$I = I_0 \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

כאמור, עם משוואה לא ליניארית כזו, לא נוכל לפתור מעגלים חשמליים. נביט בדיודה במעגל חשמלי פשוט, ונרשום את חוק המתחים של קירכהוף:

$$\begin{cases} V_S = V_A + IR \\ I = I_0 \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_S = V_A + I_0 \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) R$$

אנו רואים את הקושי שמתעורר כשאנו ניגשים לפתור משוואה זו באופן אנליטי. הפתרון שנציע הוא מודל חלופי עבור הדיודה, שהוא ליניארי בקטעים. מודל זה יהיה פשוט לפתרון, אך יהיה רק קירוב של המציאות.



איור 62: מודל ליניארי בקטעים של הדיודה

כאמור, המודל יהיה מחולק לשלבים ליניאריים מקוטעים ויקרב את המודל האידיאלי של הדיודה. נאמר שכאשר $V_A < V_{ON}$, הזרם מתאפס, וכאשר $V_A > V_{ON}$, הזרם יהיה ליניארי בדיודה. בעצם החלפנו את הדיודה במעגל אקוויולנטי המכיל נגד דינאמי r_d וספק מתח אידיאלי V_{ON} , ולכן נקבל את האופיין הבא לדיודה:

$$I = \begin{cases} 0, & V_A < V_{ON} \\ \frac{V_A - V_{ON}}{r_d}, & V_A > V_{ON} \end{cases}$$

את r_d נחשב מתוך שיפוע האופיין המקורי של הדיודה. אם נסתכל בנקודה ספציפית v_0 (נקודת עבודה) על האופיין, ונחשב בנקודה זו את השיפוע a_0 , ונשתמש ב $\frac{1}{r_d} = a_0$, נקבל מודל שמדויק מספיק לאזור נקודת העבודה. כלומר המודל עובד טוב עבור סטיות קטנות מ v_0 - זהו בעצם קירוב ליניארי מסדר ראשון עבור הפונקציה שהיא אופיין הדיודה.

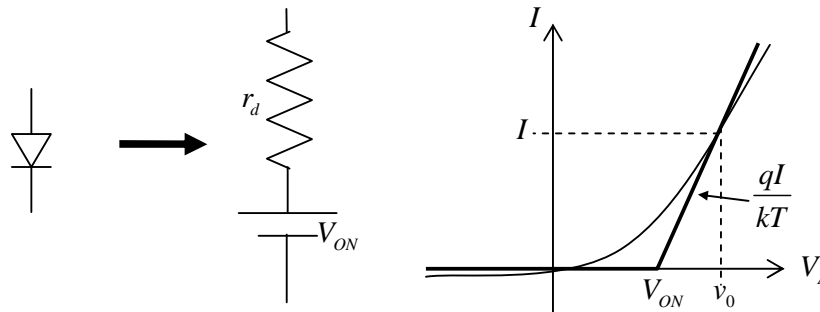
נחשב את השיפוע, כאשר בממתח קדמי $I \sim I_0 e^{\frac{qV_A}{kT}}$:

$$\frac{dI}{dV_A} = I_0 \frac{q}{kT} e^{\frac{qV_A}{kT}} = \frac{q}{kT} I$$

נגדיר:

$$r_d \triangleq \frac{1}{\frac{dI}{dV_A}} = \frac{kT}{qI}$$

דוגמא מספרית: כאשר $I = 1m[A]$, אז $r_d \cong 26[\Omega]$
 כאשר $I = 100\mu[A]$, אז $r_d \cong 260[\Omega]$.



איור 63: חישוב השיפוע בנקודת העבודה

קיבולים בדיודה

בדיודה אגור מטען של נושאי המיעוט מחוץ למחזור המחסור.

אם נביט בדיודת p^+n , חישובנו כבר את פרופיל ריכוז נושאי המיעוט בעודף באזור n וקיבלנו

$$\hat{p}(x) = \bar{p}_n \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{-\frac{x}{L_h}}$$

נוצר לנו מאגר של עודף נושאי מיעוט ולכן מאגר של מטען ליחידת שטח, נסמן אותו \hat{Q}_h , וערכו יהיה כמובן

$$\hat{Q}_h = q \int_0^\infty \hat{p}(x) dx$$

כשנשנה את V_A , נקבל יותר צפיפות מטען אגורה \hat{Q}_h , כלומר יש משמעות ל $\frac{\Delta V_A}{\Delta \hat{Q}_h}$ - משמעות של קיבול - נקרא לו

קיבול דיפוזיה.

ניתן לבטא את הזרם בדיודה כפונקציה של צפיפות המטען \hat{Q}_h :

$$J_h = -qD_h \frac{d\hat{p}}{dx} = \frac{qD_h \bar{p}_n}{L_h} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{-\frac{x}{L_h}} = \frac{qD_h n_i^2}{L_h N_D} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{-\frac{x}{L_h}}$$

מכיוון שזוהי דיודה חד-צדדית, ההזרקה של חורים לאזור n גדולה מההזרקה ההפוכה, ולכן הזרם שלעיל הוא הזרם הכללי של הדיודה.

צפיפות המטען \hat{Q}_h הוא:

$$\hat{Q}_h = q \int_0^\infty \hat{p}(x) dx = q \int_0^\infty \bar{p}_n \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{-\frac{x}{L_h}} dx = qL_h \bar{p}_n \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

ולכן נקבל

$$\hat{Q}_h = J_h(0) \frac{L_h^2}{D_h} = J_h(0) \tau_h$$

ולכן המטען כולו הוא

$$\hat{Q} = A \cdot \hat{Q}_h = A J_h(0) \tau_h = I_h \tau_h$$

וזה בעצם תוצאה כללית. מכיוון שהדיודה ארוכה, המטענים נמצאים בדיודה לאורך כל חייהם τ_h , ולכן המטען נתרם ע"י כל החורים שהוזרקו, ולמשך כל חייהם.

עבור דיודה קצרה באורך $w \ll L_h$ מקבלים את הפתרון :

$$\hat{p}(x) = \bar{p}_n \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) \left(1 - \frac{x}{w} \right)$$

וצפיפות הזרם המתקבלת :

$$J_h = -qD_h \frac{d\hat{p}}{dx} = \frac{qD_h n_i^2}{wN_D} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

וצפיפות המטען האגור :

$$\hat{Q}_h = q \frac{w}{2} \bar{p}_n \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) = J_h(0) \frac{w^2}{2D_h}$$

ולכן זמן המעבר (באנלוגיה לזמן המעבר בדיודה הארוכה – זמן החיים) הוא

$$\tau_B = \frac{w^2}{2D_h}$$

בדיודה כללית, מתקבל:

$$\hat{Q} = I_h \tau_F$$

כאשר τ_F מקיים

$$\frac{1}{\tau_F} \triangleq \frac{1}{\tau_B} + \frac{1}{\tau_h} = \frac{2D_h}{w^2} + \frac{1}{\tau_h}$$

נגדיר את קיבול הדיפוזיה :

$$C_d \triangleq \frac{d\hat{Q}}{dV_A} = \hat{Q} \frac{q}{kT} = I \tau_F \frac{q}{kT} = \frac{qI}{kT} \tau_F = \frac{1}{r_d} \tau_F$$

כאשר r_d היא ההתנגדות דינאמית שהגדרנו – השיפוע של אופיין הדיודה בקירוב ליניארי, בנקודת העבודה. ולכן

$$\tau_F = r_d C_d$$

קיבלנו מקודם, שעבור אות קטן Δi סביב זרם מסוים I (נקודת העבודה), בגלל שביצענו קירוב ליניארי לאופיין הדיודה, מתקיים

$$\frac{\Delta v}{\Delta i} = r_d$$

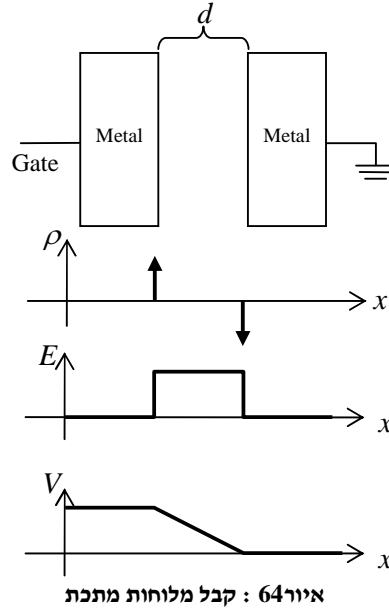
לכן הזמן τ_F יהיה זמן אופייני דינאמיקה של המלי"מ, סביב נקודת העבודה שלנו I , באות קטן Δi .

סיכום – מידול הדיודה

השתנות בזמן	"אות גדול" אופיין כללי, לא ליניארי	"אות קטן" קירוב לאופיין ליניארי
$\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$	יש לפתור משוואה דיפרנציאלית חלקית	$r_d C_d = \tau_F$
מצב מתמיד, $\frac{\partial}{\partial t} = 0$	$I = I_0 \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$ $\hat{Q} = I \tau_F$	$r_d = \frac{kT}{qI}$

פרק 3 - קבל MOS

את הקבל הקלאסי אנו מכירים – שתי שכבות מתכת שביניהן מבודד, או לפעמים ריק.



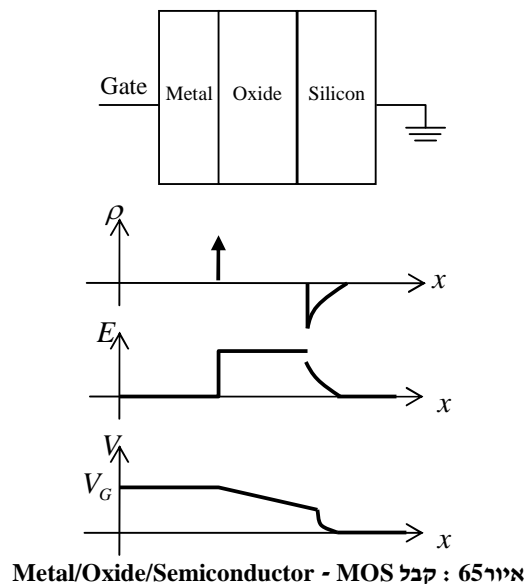
בקבל לוחות מתכת, מטענים יכולים להצטופף באופן משטחי בצורת פונקציה δ (הלם), כי צפיפות המצבים במתכת גדולה מאוד. אם נסמן את הצפיפות המשטחית של המטען המצטבר על כל לוח ב Q , אזי את השדה החשמלי אנו

יודעים לחשב: $E = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r}$. את לוח המתכת הימני הארקנו, ולכן הפוטנציאל על הלוח השמאלי, שהוא בעצם המתח

על הקבל, הוא $V_G = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r} d$. לכן, הביטוי לקיבול המשטחי (קיבול ליחידת שטח) של קבל הלוחות המתכתי:

$$C \triangleq \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r} d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{d}$$

בשונה מקבל מתכת, קבל MOS (Metal-Oxide-Semiconductor) מורכב ממצע סיליקון ושכבת מתכת, כשביניהן תחמוצת סיליקון (SiO_2) המשמשת כמבודדת בין שני החלקים. התקן זה פשוט לייצור מכיוון שחימום סיליקון מביא לתגובה כימית שיוצרת את שכבת התחמוצת, ולאחר מכן, בתהליך שנקרא נידוף מתכת, יוצרים את שכבת המתכת הרצויה. לשכבת המתכת נקרא שער (Gate).



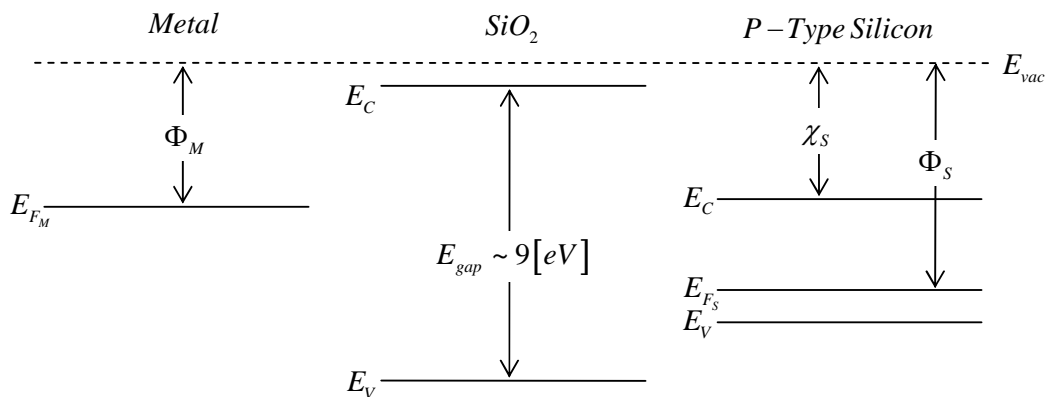
בשונה מקבל לוחות המתכת, המטען בשכבת הסיליקון לא יכול להצטבר כולו על משטח דק (שפת השכבה), מפני שצפיפות המצבים במוליך למחצה קטנה יותר מאשר במתכת. לכן, המטען יתפשט אל תוך מצע הסיליקון, וכך גם השדה החשמלי.

מכיוון שהמקדמים הדיאלקטריים של התחמוצות ושל הסיליקון שונים, תיווצר קפיצה בשדה החשמלי באיזור המעבר בין התחמוצות לסיליקון. בשונה מקבל המתכת, נראה מפל מתח מסוים במוליך למחצה.

במקום מתכת, משתמשים לעיתים בפולי-סיליקון בתור שער. פולי סיליקון הוא מצע מרובה-גבישים של סיליקון, שהתנגדותו גבוהה יותר מהסיליקון החד-גבישי שבשימוש לייצור מצע הסיליקון בקבל.

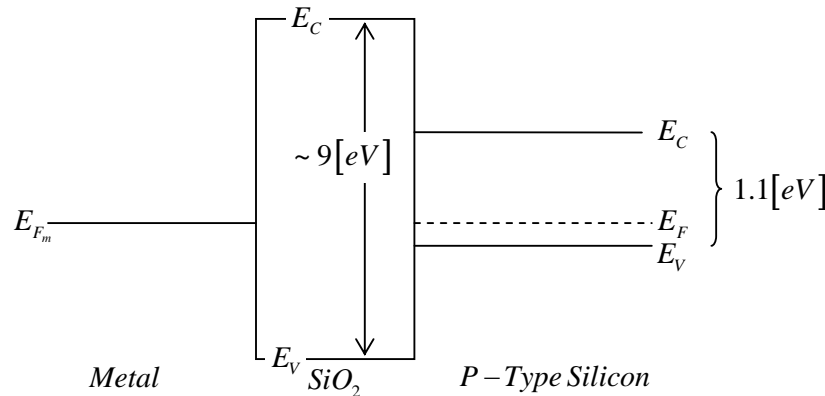
תמונת פסי האנרגיה

בתחמוצות, רוחב הפס האסור E_{gap} הוא גדול מאוד, ותכונה זו עושה את התחמוצות למבודדות. במתכת אין פס אסור, אלא ישנו רצף של אנרגיות מותרות. המרחק בין רמת פרמי בחומר לרמת הואקום נקרא "פונקצית העבודה" של החומר, ומסומן Φ . ההפרש בין רמת הואקום לרמת ההולכה בחומר (כאמור במתכת אין רמת הולכה כלל) מסומנת χ . רמת הואקום היא הרמה בה ימצא האלקטרון אשר היה קשור לחומר וקיבל אנרגיה מספיקה שבעזרתה היה מסוגל להתנתק מהאטום. רמת הואקום מסומנת E_{vac} .



איור 66: פסי האנרגיה בחומרים, כאשר אין ממשק ביניהם

כעת נביט בתמונת פסי האנרגיה המשותפת בקבל MOS, כלומר לאחר שחיברנו את השכבות.



איור 67: פסי האנרגיה בחומרים

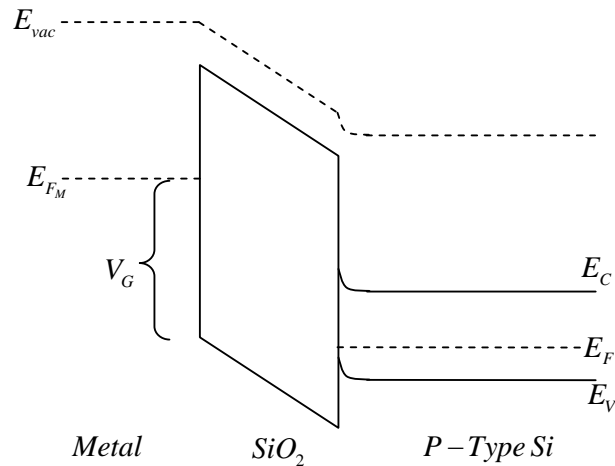
בגלל הפרשי האנרגיה מרמת הערכיות בסיליקון לרמת הערכיות בתחמוצות, ובגלל ההפרשים בין רמת פרמי במתכת לרמת הערכיות בתחמוצות, התחמוצות מבודדות בין שני החומרים – כלומר אלקטרונים (או חורים) שרוצים לעבור מצד אחד, דרך התחמוצות, לצד השני, צריכים לשם כך לקבל אנרגיה של לפחות $3.2[eV]$. לכן, קיבלנו כאן קבל שכאמור, לא יכול לעבור בו זרם מצד אחד – הסיליקון, לצד השני, השער.

נשים לב שבשיווי משקל, כלומר ללא תוספת חיזונית של אנרגיה למערכת (מתח), רמת פרמי חייבת להיות קבועה לאורך ההתקן, כי לא זורם בו זרם.

שימו לב שבשרטוט שלעיל, אין הפרש בין פונקציות העבודה, $\Phi_{MS} \triangleq \Phi_M - \Phi_S$, ולכן כל פסי האנרגיה ישרים. אם היה הפרש, כלומר $\Phi_{MS} \neq 0$, היה מתח בנוי בקבל, שהיה נופל בחלקו על התחמוצות ובחלקו על הסיליקון.

פסי האנרגיה בממתח חיזוני

נחבר את השער למתח $V_G < 0$, ובכך נעניק לאלקטרונים תוספת אנרגיה. מתח שלילי בא לידי ביטוי בעליה בגובה של פסי האנרגיה שאנו עוסקים בהם – פסי אנרגיה של אלקטרונים. ההפרש בין רמות פרמי במתכת ובסיליקון יהיה בדיוק מתח השער.



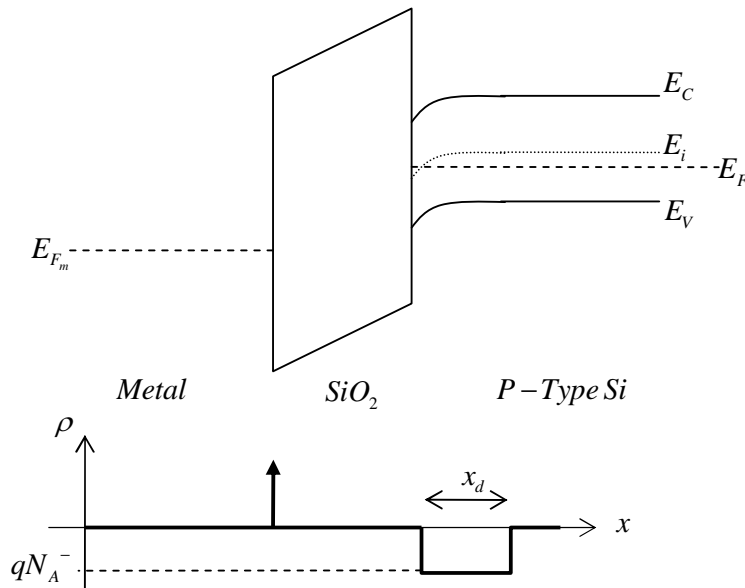
איור 68: פסי האנרגיה כשמאלף ממתח חיזוני שלילי

ראינו כבר שצריכה להיות שכבה מסוימת של מטען בסיליקון כאשר קיים מתח על הקבל. מטען זה ייצור שדה חשמלי אלקטרוסטטי, והיכן שנוצר שדה, פסי האנרגיה מתכופפים.

שינויים אלו בריכוזי המטענים החופשיים הם חורים שיגיעו ויצטופפו באזור החיבור בין הסיליקון לתחמוצת.

הצטברות זו של נושאי רוב ניידיים נקראת בלעז אקומולציה (Accumulation).

מכיוון שהסיליקון בשיווי משקל, כלומר לא זורם זרם בסיליקון, רמת פרמי "תגלה" לנו מה ריכוז המטענים בכל מקום – ידוע לנו שמיקום רמת פרמי ביחס לפס הערכיות, לדוגמא, קשור לריכוז החורים באותו מקום. כעת נביט בפסי האנרגיה כאשר מתח השער חיובי, $V_G > 0$.



איור 69: צפיפות המטען בקבל, באילוף ממתח חיזוני חיובי

כעת, ריכוז החורים יהיה נמוך יותר באזור הממשק של הסיליקון עם התחמוצת, מכיוון שהחורים ינועו בכיוון הכיפוף של הפסים – ימינה – מכיוון ששם רמת פרמי קרובה יותר לרמת הערכיות. תיווצר לנו שכבת מחסור קרוב לאזור הממשק – המטען השלילי שמצטבר שם הוא בעצם יונים של סגים נוטלים, שהחורים שהם תרמו עוזבים אותם. אם נמשיך להגדיל את המתח, יצטברו יותר מטענים חיוביים במתכת שידחו את החורים החיוביים בסיליקון, פסי האנרגיה בסיליקון יתכופפו עוד יותר, ושכבת המחסור תגדל, ונגיע למצב שנקרא מחסור עמוק (Deep Depletion).

לאחר שהגדלנו את המתח, גרציה תרמית יוצרת זוגות אלקטרון-חור, והאלקטרונים נמשכים שמאלה אל אזור הממשק. אלקטרון כזה מהווה תחליף לסיג בתור מקור של שדה, ולכן שכבת המחסור העמוקה תקטן, כלומר האורך x_d יקטן. ככל שיותר אלקטרונים שנולדים באזור המחסור ימשכו לאזור הממשק, תיווצר שכבה של אלקטרונים קרוב לאזור הממשק. שכבה זו נקראת שכבת היפוך (אינברסיה, Inversion), מכיוון שניתן לומר שבשכבת אלקטרונים זו, הסיליקון הפך לסוג n , בגלל שמספר האלקטרונים החופשיים גדול הרבה ממספר החורים החופשיים.

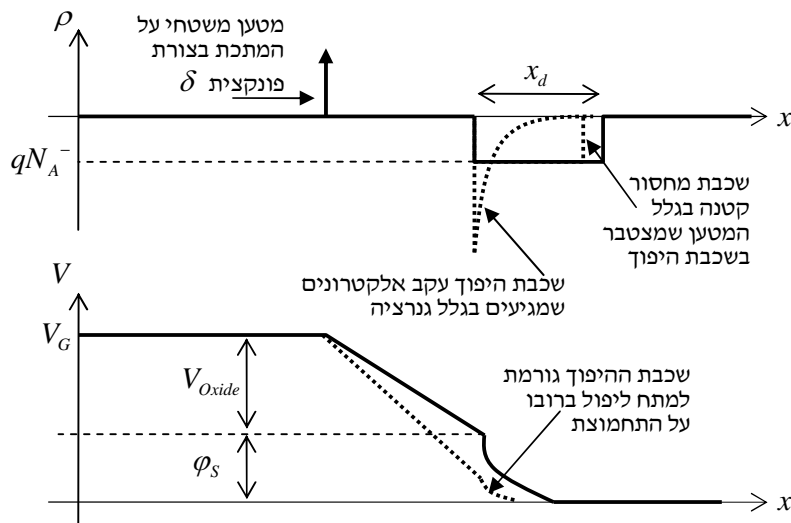
לכן, יש לנו בעצם שתי שכבות – שכבת מחסור ושכבת היפוך.

נסמן את צפיפות המטען על השער, הצד השמאלי, ב $Q_G \left[\frac{Cb}{cm^2} \right]$, את צפיפות המטען בשכבת המחסור $Q_{dep} \left[\frac{Cb}{cm^2} \right]$, ואת צפיפות המטען בשכבת ההיפוך $Q_{inv} \left[\frac{Cb}{cm^2} \right]$, שנוצר בגלל גרציה תרמית (או ע"י מקור אחר של זוגות), וכך נקבל את הקשר הפשוט

$$Q_G = -(Q_{dep} + Q_{inv})$$

כאשר Q_{inv} הולך ונבנה עקב גרציה, כיפוף הפסים הולך ונעלם, כדי לשנות את ריכוזי המטענים באזור הממשק ובכך להקטין את שכבת המחסור.

כעת נשרטט את המטען והמתח בקבל MOS כפונקציה של x לאורך ההתקן.



איור 70 : צפיפות המטען בקבל

את המתח על התחמוצת נסמן ב V_{Oxide} , ואת המתח על שכבת הסיליקון נסמן ϕ_s . את פרופיל המתח בשכבת הסיליקון נסמן $\phi(x)$.

מכיוון שניתן לקרב את התנהגות המתח על התחמוצת להתנהגות של מפל מתח בקבל לוחות, מתקיים

$$C_{Oxide} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{Oxide}}{d} \left[\frac{F}{cm^2} \right]$$

ולכן נקבל

$$V_G = \phi_s + V_{Oxide} = \phi_s + \frac{Q_G}{C_{Oxide}}$$

ניתן לכתוב גם

$$Q_G = C_{Oxide} (V_G - \phi_s)$$

כעת נחשב את הקשר בין ϕ_s לבין Q_{dep} , בקרוב המחסור. כלומר, נניח, כמו שהנחנו בצומת מדרגה, ש N_A קבוע ושולי שכבת המחסור נעלמים בצורה חדה – המעבר חד בין מחסור מלא לריכוזים בשיווי משקל. בנוסף, נניח ששכבת ההיפוך דקה, ומכיוון שעובייה זניח, אין עליה מפל מתח.

ממשואת פואסון, שיפוע השדה באזור המחסור הוא

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{qN_A}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

כלומר השיפוע בגרף השדה הוא $\frac{qN_A}{\epsilon_0 \epsilon_r}$. השטח (אינטגרל) על גרף השדה הוא המתח ϕ_S שנופל על שכבת המחסור,

ולכן נקבל תוצאה דומה לזו שקיבלנו בצומת מדרגה חד-צדדית:

$$\phi_S = \frac{1}{2} x_{dep} \left(\frac{qN_A}{\epsilon_0 \epsilon_r} x_{dep} \right) \Rightarrow x_{dep} = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_r \phi_S}{qN_A}}$$

ולכן, צפיפות המטען שמצטבר בשכבת המחסור הוא

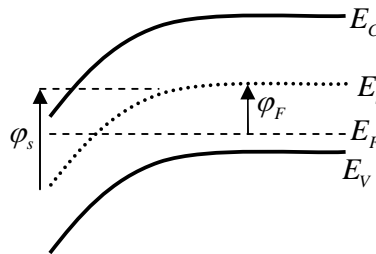
$$Q_{dep} = -qN_A x_{dep} = -\sqrt{2\epsilon_0 \epsilon_r qN_A \phi_S}$$

ומהקשרים שקיבלנו קודם ניתן להסיק ש

$$Q_{inv} = -(Q_G + Q_{dep}) = -C_{Oxide} (V_G - \phi_S) + \sqrt{2\epsilon_0 \epsilon_r qN_A \phi_S}$$

בעצם ישנו קשר בין ϕ_S לבין Q_{inv} , מכיוון שכיפוף פסי האנרגיה בסיליקון קובע את כמות המטען בשכבת ההיפוך.

כלומר, אם מספקים מתח V_G בזמן $t = 0$, אזי בזמן $t = 0^+$, עדיין לא נוצרו אלקטרונים בתהליך של גררציה תרמית (תהליך זה לוקח זמן), ולכן $Q_{inv} = 0$, ואז נוכל לחשב מתוך נוסחא זו את המתח שנופל על הסיליקון ϕ_S .



איור 71: כיפוף פסי האנרגיה במצע הסיליקון בקבל

נרצה למצוא את הקשר הכללי $Q_{inv}(\phi_S)$.

בשיווי משקל, נסמן את מרחק הרמה האינטרינסיטית E_i מרמת פרמי E_F ב

$$q\phi_F \triangleq E_i - E_F$$

ולכן נקבל את הקשרים הבאים, שנכונים בעומק הסיליקון (רחוק מהממשק עם התחמוצת), בשיווי משקל:

$$\bar{n}_p = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{kT}} = n_i e^{-\frac{q\phi_F}{kT}}$$

$$\bar{p}_p = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} = n_i e^{\frac{q\phi_F}{kT}}$$

בממשק בין התחמוצת לסיליקון, מתקיים

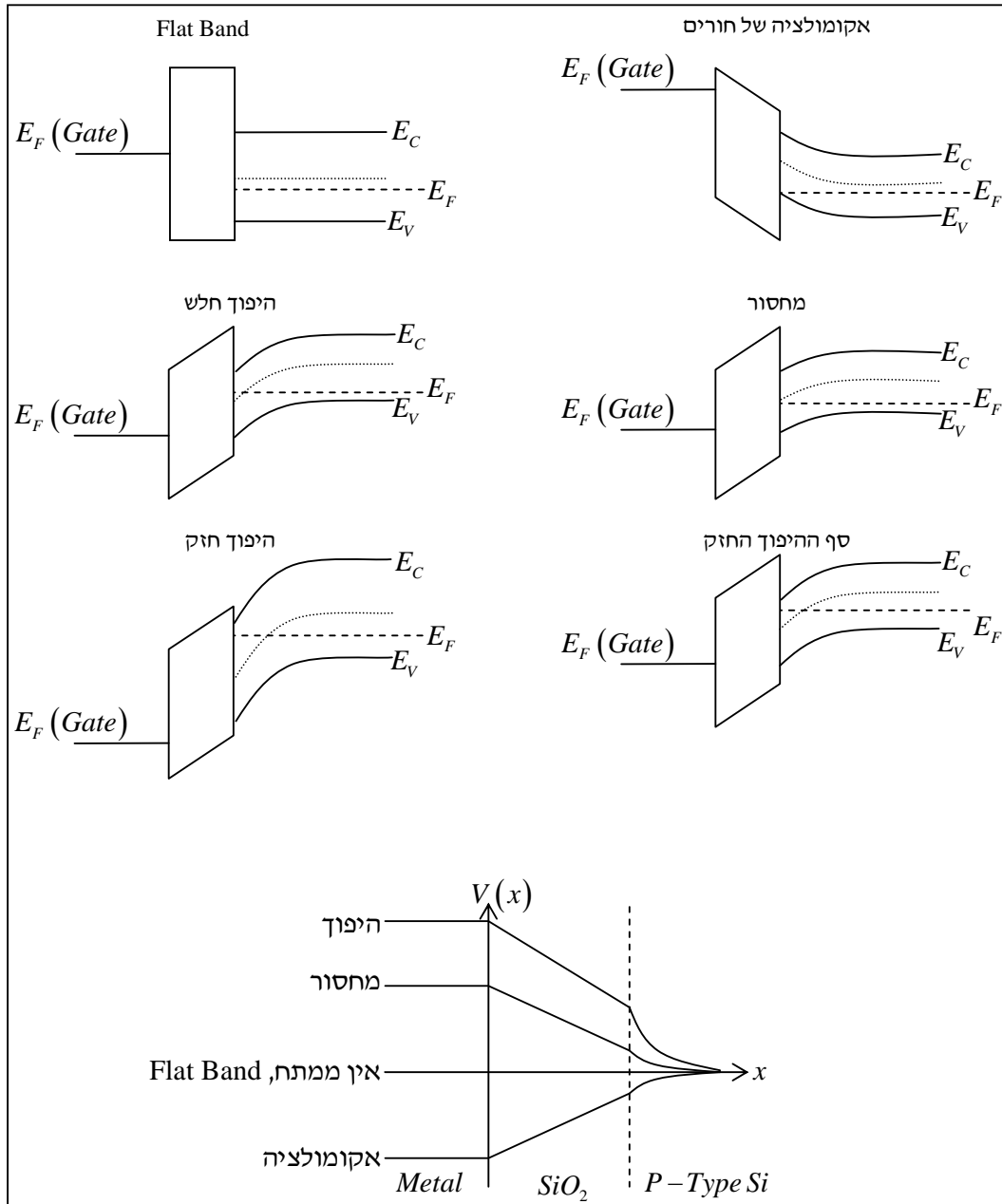
$$E_i - E_F = \phi_F - \phi_S$$

ולכן, מכיוון ש $N_A = n_i e^{\frac{q(E_i - E_F)}{kT}} = n_i e^{\frac{q\phi_F}{kT}}$, נקבל את יחסי בולצמן למקרה שלנו:

$$n_S = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{kT}} = n_i e^{-\frac{q(\phi_F - \phi_S)}{kT}} = n_i e^{-\frac{q\phi_F}{kT}} e^{\frac{q\phi_S}{kT}} = \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{q\phi_S}{kT}} = \bar{n} e^{\frac{q\phi_S}{kT}}$$

$$p_S = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} = n_i e^{\frac{q(\phi_F - \phi_S)}{kT}} = n_i e^{\frac{q\phi_F}{kT}} e^{-\frac{q\phi_S}{kT}} = N_A e^{-\frac{q\phi_S}{kT}} = \bar{p} e^{-\frac{q\phi_S}{kT}}$$

V_G	ϕ_s	ריכוזים במשטח הממשק	מצב
שלילי	שלילי, קטן	$p_s > N_A$	אקומולציה של חורים
V_{FB}	0	$p_s = N_A$	Flat Band אין כיפוף פסים
חיובי, קטן	חיובי, קטן $0 < \phi_s < \phi_F$	$n_i < p_s < N_A$	מחסור
חיובי	$\phi_s = \phi_F$	$p_s = n_s = n_i$	אינטרנסי
חיובי	$\phi_F < \phi_s < 2\phi_F$	$n_i < n_s < N_A$	היפוך חלש
חיובי	$\phi_s = 2\phi_F$	$n_s = N_A$	סף ההיפוך החזק
חיובי, גדול	$\phi_s > 2\phi_F$	$n_s > N_A$	היפוך חזק



נרצה למצוא קשר מתמטי בין המתח על ההתקן, V_G , לבין המתח על פני הסיליקון φ_s , המטען שבהתקן וקיבול ההתקן. לשם כך נשתמש, כמו תמיד, במשוואת פואסון:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

נוכל לכתוב את צפיפות המטען כך:

$$\rho = q(\hat{p}_p - \hat{n}_p) = q((p_p - \bar{p}_p) - (n_p - \bar{n}_p))$$

כאשר p_p, n_p הם ריכוזי נושאי המטען בסיליקון (מסוג p ולכן עם אינדקס p), ו \bar{p}_p, \bar{n}_p ריכוזי שיווי המשקל המתאימים. מהקשרים שעוד ראינו קודם, כאשר ניקח $\varphi = \varphi(x)$ כללי:

$$n_p = \bar{n}_p e^{\frac{q\varphi}{kT}}, \quad p_p = \bar{p}_p e^{-\frac{q\varphi}{kT}}$$

נקבל

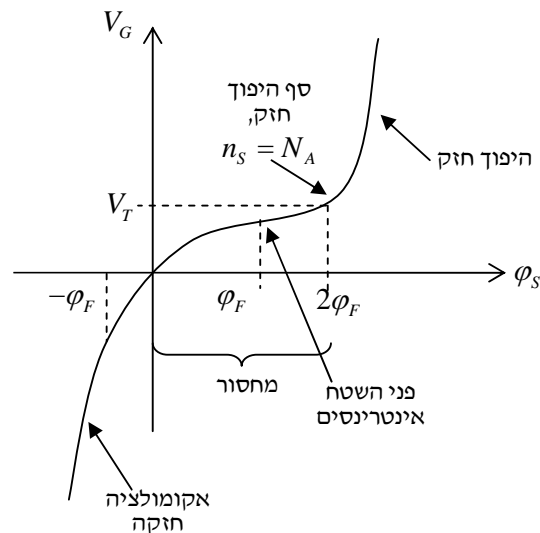
$$\begin{aligned} \rho(\varphi) &= q((p_p - \bar{p}_p) - (n_p - \bar{n}_p)) = q\left(\left(\bar{p}_p e^{-\frac{q\varphi}{kT}} - \bar{p}_p\right) - \left(\bar{n}_p e^{\frac{q\varphi}{kT}} - \bar{n}_p\right)\right) \\ &= q\left(\left(e^{-\frac{q\varphi}{kT}} - 1\right) - \frac{\bar{n}_p}{\bar{p}_p} \left(e^{\frac{q\varphi}{kT}} - 1\right)\right) \end{aligned}$$

וכאשר מציבים ביטוי זה למשוואת פואסון, מקבלים ביטוי לצפיפות המשטחית של המטען בקבל:

$$Q(\varphi_s) = |\epsilon_0 \epsilon_r E| = \sqrt{2\epsilon_0 \epsilon_r \int_{\varphi_s}^0 \rho(\varphi) d\varphi}$$

נוכל לחשב כעת באופן נומרי את V_G , בעזרת המשוואה

$$V_G = \varphi_s + V_{Oxide} = \varphi_s + \frac{Q(\varphi_s)}{C_{Oxide}} = \varphi_s + \frac{Q(\varphi_s)}{\epsilon_0 \epsilon_r} t_{Oxide}$$



איור 72: מתח התחמוצת באזור הממשק כתלות במתח השער המאולץ

כאשר t_{Oxide} הוא רוחב שכבת התחמוצת, ומקבלים את הגרף שבאיור. כאשר $q\varphi_F = E_i - E_F$, מקבלים ש

$$\varphi_F = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i}$$

כעת נחשב בצורה מקורבת את מתח הסף V_T . בתחום המחסור, $0 < \varphi_s < 2\varphi_F$, רוב המטען על פני השטח הוא מטען הסיגים המיואנים, ולכן $Q_{inv} = 0$.

בתחום ההיפוך החזק, $\varphi_s \geq 2\varphi_F$, נניח $Q_{dep} = Const$ ו $\varphi_s = 2\varphi_F$ באופן קבוע, ומטען ההיפוך עדיין לא נבנה, כלומר $Q_{inv} = 0$.

קיבלנו מקודם את הקשר הבא:

$$Q_{inv} = \underbrace{-C_{Oxide} (V_G - \varphi_S)}_{Q_{oxide}} + \underbrace{\sqrt{2\varepsilon_0\varepsilon_r q N_A \varphi_S}}_{Q_{dep}}$$

ובהנחות הקירוב שלנו, נקבל את הגדרת מתח הסף:

$$0 = -C_{Oxide} (V_T - 2\varphi_F) + \sqrt{2\varepsilon_0\varepsilon_r q N_A \varphi_S}$$

$$V_T = 2\varphi_F + \frac{\sqrt{4\varepsilon_0\varepsilon_r q N_A \varphi_F}}{C_{Oxide}}$$

כלומר, כך נגדיר את מתח סף (Threshold)

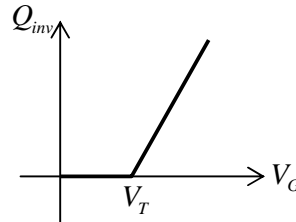
$$V_T \triangleq 2\varphi_F + \frac{\sqrt{4\varepsilon_0\varepsilon_r q N_A \varphi_F}}{C_{Oxide}}$$

כל תוספת מתח מעל V_T תביא לתוספת מטען דומה לתוספת בקבל לוחות רגיל, כי תוספת מתח כזו תביא להגדלת שכבת ההיפוך, ע"י הבאת אלקטרונים ממצע הסיליקון.

כעת, כאשר נגדיל את מתח השער מעל מתח הסף, כלומר $V_G > V_T$, נניח שמטען המחזור, Q_{dep} , נשאר קבוע בערכו המכסימלי ולכן מטען ההיפוך Q_{inv} יתנהג ע"פ הקשר

$$Q_{inv} = -C_{Oxide} (V_G - V_T)$$

שזהה לקשר בין המטען למתח בקבל לוחות רגיל.

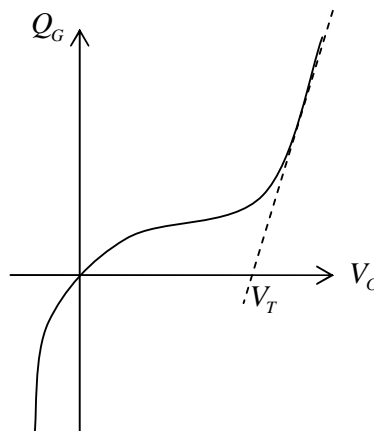


איור 73: מטען האינברסיה כתלות במתח השער

כלומר ניתן להסתכל על קבל MOS, כאשר $V_G > V_T$ כעל קבל לוחות עם מתח סף.

הקיבול של קבל MOS

נשרטט את גרף צפיפות המטען על הקבל Q_G כפונקציה של מתח השער המסופק, V_G .



איור 74: צפיפות מטען הקבל כתלות במתח השער

נביט, כמו מקודם, בשני תחומים: $V_G > V_T$, תחום שבו עיקר המטען בקבל הוא Q_{inv} והמטען באזור המחזור Q_{dep}

קבוע, ותחום שני $V_G < V_T$, שבו אין מטען היפוך Q_{inv} .

כמובן שזהו לא קיבול ליניארי. עבור אות קטן, נגדיר קיבול משטחי דיפרנציאלי:

$$C \triangleq \frac{dQ}{dV_G}$$

נחשב:

$$\frac{1}{C} = \frac{dV_G}{dQ_G} = \frac{d(\varphi_S + V_{Oxide})}{dQ_G} = \frac{d\varphi_S}{dQ_G} + \frac{dV_{Oxide}}{dQ_G} \triangleq \frac{1}{C_S} + \frac{1}{C_{Oxide}}$$

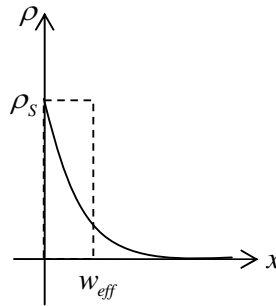
מתברר ש:

$$C_S = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\rho_S}{Q_G}$$

כאשר ρ_S צפיפות המטען על פני השטח של הסיליקון. היחידות של $\frac{\rho_S}{Q_G}$ הם m^{-1} , ולכן אפשר לומר ש

$$C_S = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\rho_S}{Q_G} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{1}{w_{eff}}$$

כאשר w_{eff} הוא רוחב אפקטיבי שבו אגור המטען בסיליקון, אם צפיפות המטען הייתה אחידה ρ_S , ולכן ניתן לראות את הקיבול C_S כקיבול לוחות רגיל בעל רוחב אפקטיבי w_{eff} .



איור 75: צפיפות המטען במצע הסיליקון

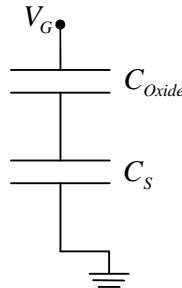
במצב Flat Band, כלומר $\varphi_S = 0$, מתקבל שהמרחק האפקטיבי הוא (מרחק דֵבַאי, Debye)

$$w_{eff} = L_D = \sqrt{\frac{kT \epsilon_0 \epsilon_r}{q^2 N_A}}$$

לסיכום, קיבלנו שהקיבול של קבל MOS הוא

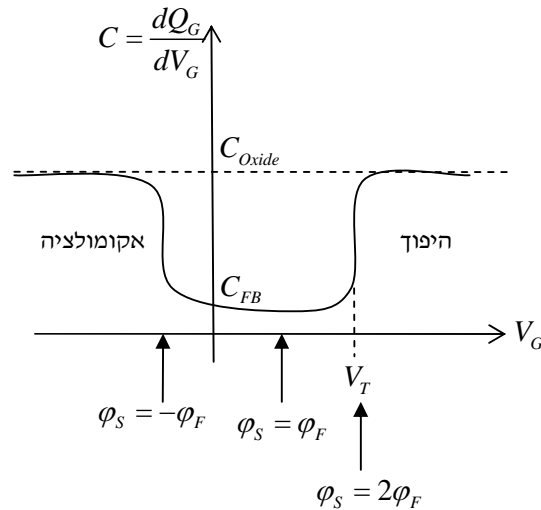
$$\frac{1}{C_{MOS}} = \frac{1}{C_S} + \frac{1}{C_{Oxide}}$$

כלומר חיבור טורי של שני קבלים: C_{Oxide} הקיבול של התחמוצות ו C_S קיבול שכבת הסיליקון.



איור 76: מידול הקיבול של קבל MOS

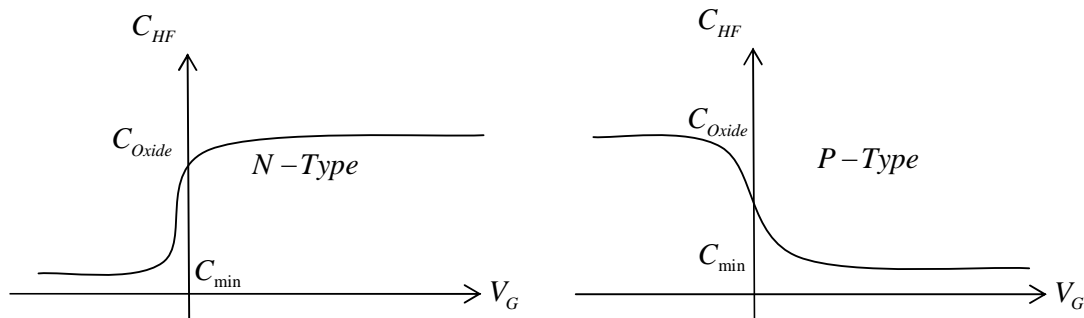
אם משרטטים את גרף הקיבול של קבל ה MOS כפונקציה של המתח V_G , מקבלים את הגרף שבאזור.



איור 77: קיבול MOS כתלות במתח השער

בעצם הקיבול C_S של מצע הסיליקון הוא אינסופי כאשר עוברים את נקודת הסף V_T , מכיוון שכל תוספת במתח מעבר ל V_T , תגרום לתוספת מטען על הקבל C_{Oxide} , ללא תוספת מתח על הקבל C_S , מכיוון שהוא נשאר במתח קבוע $\phi_S = 2\phi_F$ לפי ההנחה שלנו.

אם מודדים שינויים קטנים בתדירויות גבוהות, כלומר שינויים באות קטן v_g שרוכב על אות גדול V_G , מקבלים את הגרף C_{HF} שבאזור 78.



איור 78: קיבול MOS בשינויים בתדר גבוה, כתלות במתח השער

הסיבה היא שבשינויים מהירים של המתח, לא מספיקים להגיע אלקטרונים לשכבת ההיפוך, ולכן שינוי המטען על הקבל יבנה ע"י הגדלת אזור המחזור.

לכן, בעבודה עם תדרים גבוהים, לא ניתן ליישם את הפעולה של הגדלת מטען ההיפוך, אלא רק להגדיל את אזור המחזור, כדי להגדיל את המטען האגור בשכבת הסיליקון. בנוסף, מהקשר

$$\frac{1}{C_{\min}} = \frac{1}{C_{Oxide}} + \frac{1}{C_S}$$

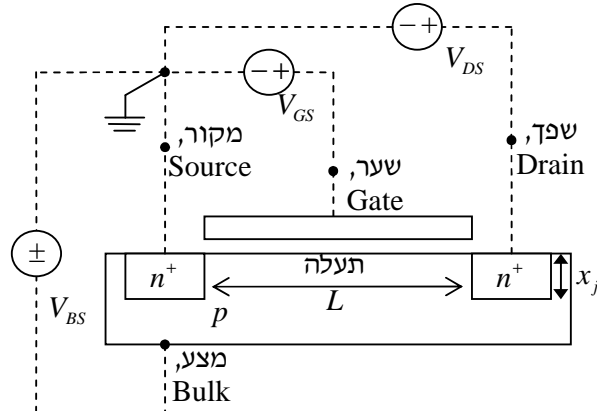
ומהעובדה ש $C_S = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{x_d}$ הוא קיבול שמתאים לשכבת מחזור בעובי

$$x_d = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_r (2\phi_F)}{qN_A}}$$

ניתן לחשב את ריכוז הסיגים N_A .

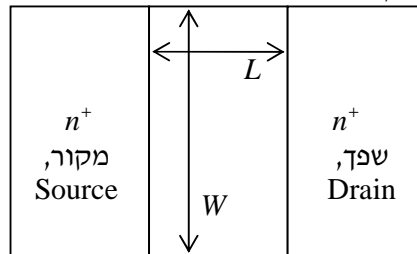
פרק 4 - טרנזיסטור MOS

טרנזיסטור $NMOS$ הוא התקן בעל 4 הדקים, המורכב משני צמתי n^+p , כלומר שתי שכבות n^+ על מצע מסוג p , כשביניהן קבל MOS . בין הקבל לאזור ה $Source$ וה $Drain$ יש חפיפה.



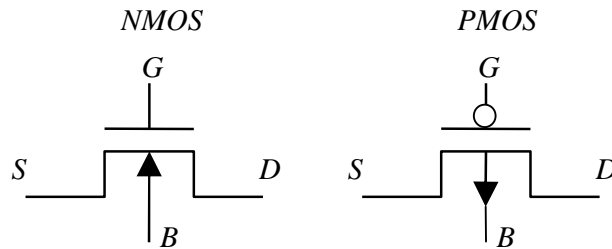
איור 79: טרנזיסטור $NMOS$, חתך רחב

כאשר נספק מתח לקבל, V_{GS} , תיווצר שכבת היפוך (אינברסיה), שכבת אלקטרונים שתקשר בין שתי הדיודות, $Source$ ו $Drain$, וכך תהיה הולכה של אלקטרונים ביניהם.



איור 80: טרנזיסטור $NMOS$, מבט עילי

האלקטרונים יזרמו כמובן מהמתח הנמוך אל המתח הגבוה, כך שבעצם קביעת המקור והשפך נתונה בידנו, ע"י מתן המתחים המתאימים.



איור 81: טרנזיסטורי $NMOS$ ו $PMOS$ - סימון במעגל חשמלי

המקור יהיה עבורנו נקודת הייחוס למתחים – אם נקבע שם פוטנציאל אפס. בנוסף, אם נניח כי $V_{BS} = 0$, הצומת מקור-מצע שנוצרת תהיה בשיווי משקל.

אורך התעלה (או אורך השער), כלומר המרחק שהאלקטרונים יעברו כאשר מאולץ מתח V_{DS} , הוא L . רוחב השער הוא W . שם נוסף לטרנזיסטור – $IGFET$ – Insulated Gate Field Effect Transistor.

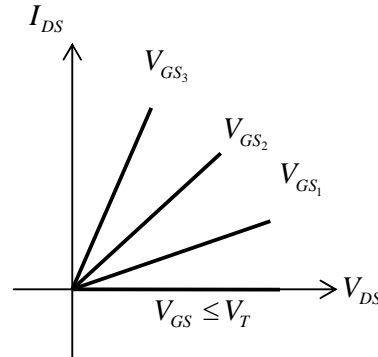
טרנזיסטור $PMOS$ דומה ל $NMOS$, רק עם שכבות סיליקון מסוג הפוך – מצע טרנזיסטור $PMOS$ יהיה מסוג n .

הטכנולוגיה הנפוצה ביותר בייצור מעגלים אלקטרוניים משולבים היא $CMOS$, Complementary MOS, המשלבת טרנזיסטורים משני הסוגים.

כאשר V_{DS} קטן, נחשב את הזרם בטרנזיסטור $NMOS$, כלומר את הזרם שיווצר בשכבת הסיליקון של קבל ה MOS . אם Q_{inv} הוא צפיפות המטען האגור בקבל, בשכבת ההיפוך, וכל נושא מטען מבלה $t_{transit}$ זמן בקבל, אזי

$$I_{DS} = \frac{Q_{inv} \cdot W \cdot L}{t_{transit}} = \frac{C_{Oxide} (V_G - V_T) WL}{\frac{L}{v_d}} = \frac{C_{Oxide} (V_{GS} - V_T) WL}{L} \mu_{eff} E = \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} (V_{GS} - V_T) V_{DS}$$

כאשר μ_{eff} הוא הניידות האפקטיבית של נושאי המטען בתעלה, שהיא נמוכה יותר מהניידות המקורית שלהם בחומר.



איור 82: זרם הטרנזיסטור כתלות במתח V_{DS} המאולץ, במתחי שער שונים

אם נגדיר את הקבוע הבא בתור התנגדות:

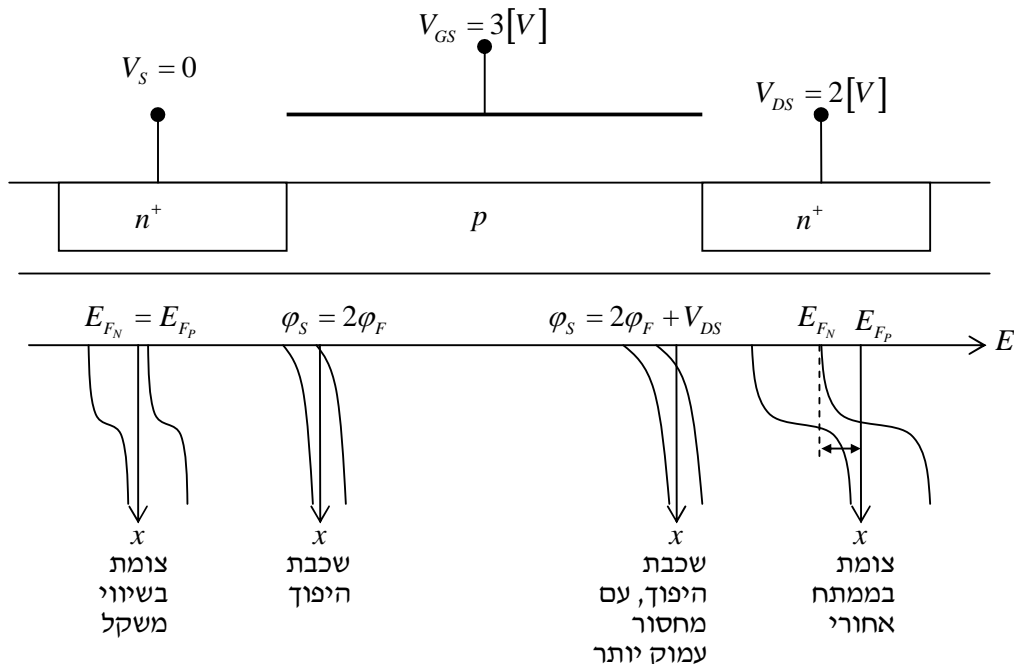
$$R_{ON} \triangleq \frac{1}{\mu \frac{W}{L} C_{Oxide} (V_{GS} - V_T)}$$

נקבל ביטוי ליניארי לאופיין הטרנזיסטור

$$V_{DS} = R_{ON} I_{DS}$$

ההתנגדות המשתנה R_{ON} , כפונקציה של מתח השער V_{GS} היא מקור השם טרנזיסטור – Transfer Resistor.

כאשר V_{DS} גדול, נתבונן בתמונת פסי האנרגיה לאורך הטרנזיסטור, כאשר נניח ש $V_T = 0.5[V]$.

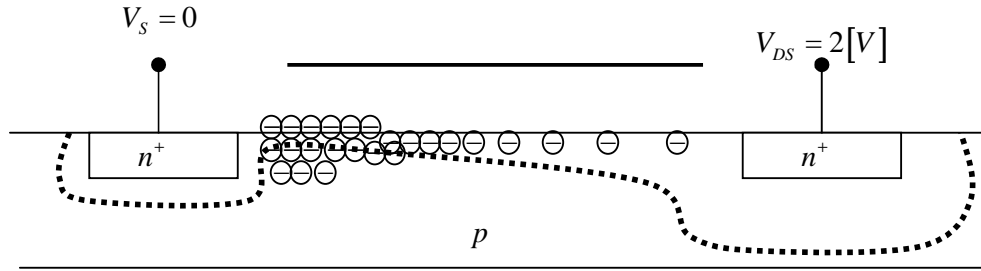


איור 83: תמונת פסי האנרגיה בטרנזיסטור NMOS

אלקטרונים ירצו במקרה זה לנוע בתעלה, מכיוון שהאנרגיה לאורך התעלה קטנה, בגלל כיפוף פסי האנרגיה שנוצר. ככל שנתקדם ימינה מכיוון המקור אל כיוון השפך, נראה שכבת מחסור עמוקה יותר מול הקבל, כי כיפוף הפסים הולך וגדל. לכן, ככל שמתקדמים ימינה, שכבת ההיפוך קטנה וכך ישנם פחות אלקטרונים חופשיים.

באיור 84 מתוארות שכבות המחסור שנוצרות. עובי שכבת המחסור קטן בצד המקור וגדול בצד השפך בגלל המתחים שבהם נמצא כל צומת. שכבת המחסור גדלה כאשר מתקרבים לשפך, כדי לאפשר מפל מתח גדול יותר, וכך כיפוף פסי

אנרגיה גדול יותר, ליצירת התעלה בין המקור לשפך. מכיוון ששכבת המחסור קטנה יותר באזור המקור, שכבת ההיפוך, שמחפה על אגירת המטען, גדלה.



איור 84: אזורי המחסור בקבל ושכבת האינברסיה, לאורך התעלה

נרצה לקבל ביטוי לזרם גם כאשר המתחים גדולים. את Q_{inv} במקרה זה נקרב ע"י שימוש במתח הממוצע בין המקור לשפך, כלומר נשתמש במתח

$$\bar{V} = \frac{V_S + V_D}{2} = \frac{V_D}{2}$$

ולכן,

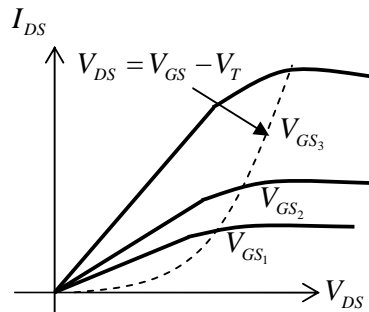
$$Q_{inv} = C_{Oxide} \left(\left(V_G - \frac{V_D}{2} \right) - V_T \right)$$

עדיין מתקיים ש

$$t_{transit} = \frac{L^2}{\mu_{eff} V_{DS}}$$

ולכן הזרם הוא

$$I = \frac{Q_{inv} W L}{t_{transit}} = \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} \left((V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right)$$



איור 85: זרם הטרנזיסטור במתחי שער שונים

כאשר $V_{DS} \ll (V_{GS} - V_T)$, ניתן להזניח את $\frac{V_{DS}^2}{2}$ ונקבל כך את הנוסחה הקודמת

$$I = \frac{Q_{inv} W L}{t_{transit}} = \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} (V_{GS} - V_T) V_{DS}$$

את התנהגות ההתנגדות אנו רואים באיור 85.

מעניין לחשב את נקודת הקיצון של החלק הפרבולי של ההתנגדות:

$$\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} = \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} ((V_{GS} - V_T) - V_{DS}) = 0$$

כאשר

$$V_{DS} = V_{GS} - V_T$$

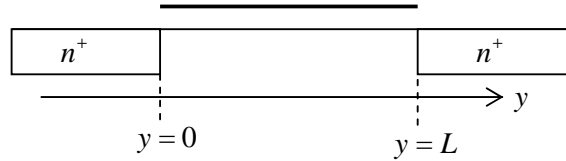
ואז הזרם המכסימלי הוא:

$$I_{max} = I|_{V_{DS}=V_{GS}-V_T} = \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} \left((V_{GS} - V_T)(V_{GS} - V_T) - \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2} \right) = \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2}$$

מתברר ניסיונית שלאחר שהזרם מגיע לשיא, בנקודת הקודקוד של הפרבולות, הוא מגיע לרוויה ולא משתנה, כלומר הזרם שחישבנו כעת הוא זרם רוויה, שלא תלוי במתח השפך V_{DS} .

נוכל לחשב את הזרם בדרך נוספת.

נגדיר את ציר y כמתואר באיור 86, ונביט בקטע קטן dy , כלומר נביט בקבל MOS אינפיניטסימאלי שאורכו dy .



איור 86: תעלת הטרנזיסטור

כך נקבל את הביטוי הכללי עבור Q_{inv} :

$$Q_{inv}(y) = C_{Oxide} (V_G - V(y) - V_T)$$

ולכן הזרם מקיים (מחוק קירכהוף לזרמים):

$$I_{DS}(y) = I_{DS} = \mu_{eff} W Q_{inv}(y) |E| = \mu_{eff} W C_{Oxide} (V_G - V(y) - V_T) \frac{dV}{dy}$$

$$I_{DS} dy = \mu_{eff} W C_{Oxide} (V_G - V(y) - V_T) dV$$

$$\int_0^L I_{DS} dy = \int_0^{V_{DS}} \mu_{eff} W C_{Oxide} (V_G - V - V_T) dV$$

$$I_{DS} L = \mu_{eff} W C_{Oxide} \left[(V_G - V_T) V - \frac{1}{2} V^2 \right]_0^{V_{DS}} = \mu_{eff} W C_{Oxide} \left((V_G - V_T) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right)$$

$$I_{DS} = \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} \left((V_G - V_T) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right)$$

וזהו אותו הביטוי לזרם שקיבלנו כשהערכנו את Q_{inv} ע"י המתח הממוצע בתעלה.

סיכום:

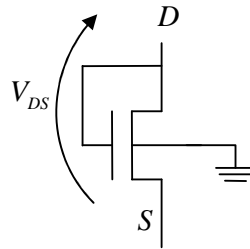
$$I_{DS} = \begin{cases} \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} (V_{GS} - V_T) V_{DS}, & V_{DS} \ll V_{GS} - V_T \\ \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right], & V_{DS} < V_{GS} - V_T \\ \frac{1}{2} \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} (V_{GS} - V_T)^2, & V_{DS} \geq V_{GS} - V_T \end{cases}$$

כאשר

$$V_T = 2\phi_F - \frac{Q_{dep,max}}{C_{Oxide}} + V_{FB} = 2\phi_F - \frac{1}{C_{Oxide}} \sqrt{2\varepsilon_0 \varepsilon_r Q_N A} 2\phi_F + V_{FB}$$

$$\phi_F = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i}, \quad C_{Oxide} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{t_{Oxide}}$$

נקצר את הדק השער עם הדק השפך, ונקבל את הסכמה שבאיור 87.



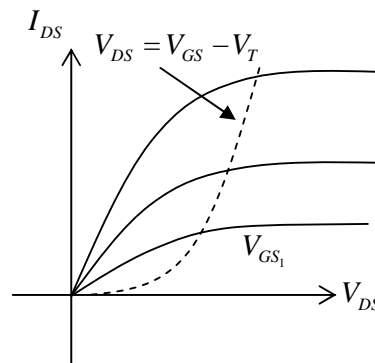
איור 87: קיצור השפך עם השער בטרנזיסטור NMOS לקבלת "חיבור דיודה"

מכיוון ש $V_{GS} = V_{DS}$, נמצא תמיד באזור שבו $V_{DS} < V_{GS} - V_T = V_{DS} - V_T$. כלומר באזור בו הזרם הוא זרם רוויה.

אם נזכר בצורת אופייני הטרנזיסטור, נראה שהקו המקיים $V_{DS} = V_{GS} - V_T$ הוא פרבולה המקיימת

$$I_{DS} = \frac{1}{2} \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} (V_{GS} - V_T)^2$$

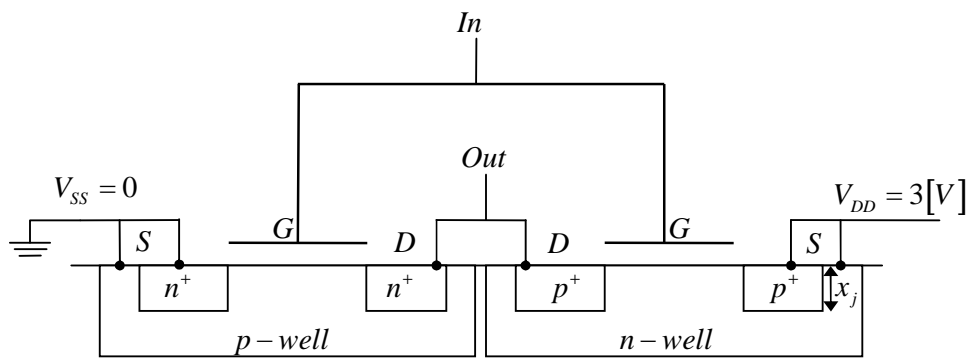
כמתואר באיור 88. לכן, ביטוי זה הוא אופיין הזרם שנקבל, עבור כל מתחי V_{DS} (תאורטית).



איור 88: זרם הטרנזיסטור בחיבור דיודה

מהפך CMOS

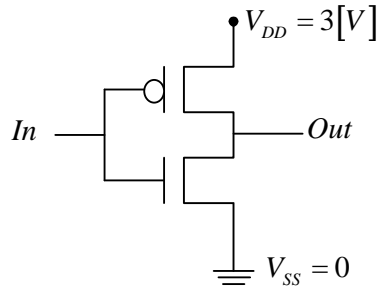
זהו התקן המורכב משני טרנזיסטורים משני סוגים הפוכים. כאשר הכניסה In , שמחוברת לשני חיבורי השער של שני הטרנזיסטורים, בעלת מתח חיובי, תיווצר שכבת היפוך בטרנזיסטור NMOS, וכך תהיה בו הולכה של זרם. כאשר בכניסה מתח שלילי (או 0), תיווצר שכבת היפוך בטרנזיסטור PMOS ותהיה בו הולכה של חורים.



איור 89: טכנולוגית CMOS

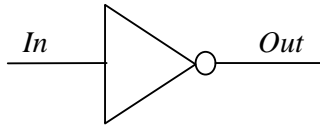
ניקח שני מהפכים זהים. אם נחבר מהפך שני במוצא של מהפך ראשון, נבחין כי ביציאת המהפך הראשון יש בעצם קיבול מסוים – הקיבול של קבל ה MOS של המהפך השני (בעצם אנו רואים שיש שני קבלים – שער של טרנזיסטור PMOS ושער של טרנזיסטור NMOS). לכן בעצם יש קבל ביציאת המהפך הראשון, ולכן הזרמים שניצור במהפך הראשון (הזרמים של הטרנזיסטורים שבמהפך הראשון), הם זרמים שיגרמו לטעינת הקבל (או לפריקתו) שבמוצא ההתקן (הקבלים של הטרנזיסטורים של המהפך השני).

נשים לב שכאשר הקבל במוצא טרנזיסטור טעון, אזי אין צריכה של זרם בהתקן, וזהו אחד היתרונות הבולטים של התקני CMOS – אין זרמים (אין הספק) במצב סטטי, אלא רק במצב דינאמי (כשיש מיתוג, כלומר כשיש שינוי בין 1 לוגי ל 0 לוגי, או ההפך, כלומר כאשר צריך לטעון או לפרוק קבל במוצא הטרנזיסטור). על התקנים אלו עוד נלמד רבות בקורס ההמשך "מעגלי מיתוג אלקטרוניים".



איור 90 : מהפך CMOS במעגל חשמלי

מכיוון שהטרנזיסטור פשוט טעון קבל ביציאתו, ע"י הזרם בין המקור לשפך, ניתן לטעון קבלים מכל גודל שהוא. כלומר אנו יכולים לטעון קבלים גדולים יחסית (במוצא ההתקן) ע"י טעינה של קבל כניסה קטן יחסית (קיבול השערים של ההתקן) – וזוהי פעולה רצויה של הגברה.



איור 91 : סימון סכמאטי של מהפך במעגל חשמלי

מידת מתח הסף

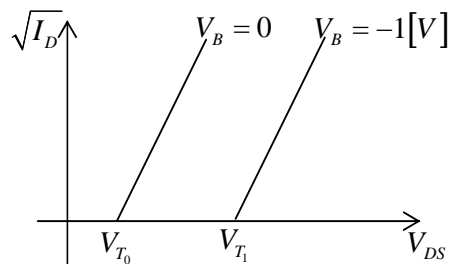
נשתמש בטרנזיסטור NMOS כדיודה – נקצר את השער עם השפך (איור 87). הזרם, כפי שראינו בעבר הוא

$$I_D = \frac{k}{2}(V_{GS} - V_T)^2, \quad k \triangleq \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide}$$

או במילים אחרות

$$\sqrt{I_D} = \sqrt{\frac{k}{2}}(V_{DS} - V_T)$$

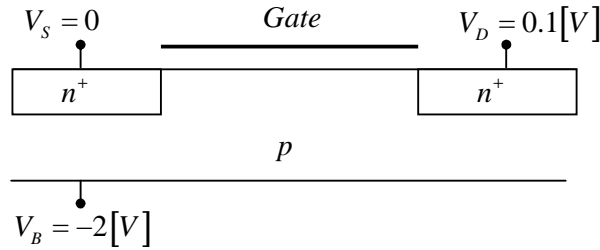
נוכל לשרטט את הזרם בדיודה כפונקציה של V_{DS} , עבור מתח מצע V_B שונה.



איור 92 : שורש הזרם בטרנזיסטור כתלות במתח השפך-מקור למדידה נסויית של מתח הסף

וכך ניתן לחשב את מתח הסף של הטרנזיסטור בסדרת ניסויים.

בטרנזיסטור $NMOS$, נחבר את המצע למתח שלילי $V_B = -2[V]$.



איור 93: מתח מצע שלילי בטרנזיסטור $NMOS$

דרושה שכבת מחסור ליד המקור, שעליה ייפול מתח כולל של

$$\phi_S = |V_{BS}| + 2\phi_F$$

כעת,

$$\begin{aligned} V_T &= V_{FB} + 2\phi_F + \frac{Q_{dep}}{C_{Oxide}} \\ &= V_{FB} + 2\phi_F + \frac{1}{C_{Oxide}} \sqrt{2\varepsilon_0\varepsilon_{Si}qN_A (|V_{BS}| + 2\phi_F)} \end{aligned}$$

כאשר $V_{BS} = 0$, נקבל את הביטוי המוכר

$$V_{T_0} = V_{FB} + 2\phi_F + \frac{1}{C_{Oxide}} \sqrt{2\varepsilon_0\varepsilon_{Si}qN_A \cdot 2\phi_F}$$

ולכן השינוי במתח הסף הוא

$$\Delta V_T = \frac{1}{C_{Oxide}} \sqrt{2\varepsilon_0\varepsilon_{Si}qN_A} \left(\sqrt{|V_{BS}| + 2\phi_F} - \sqrt{2\phi_F} \right) \triangleq \gamma \left(\sqrt{|V_{BS}| + 2\phi_F} - \sqrt{2\phi_F} \right)$$

כלומר, כאשר נפעיל את הטרנזיסטור עם מתח Bulk ששונה מ-0 (או יותר נכון V_{BS} שונה מ-0), תיווצר שכבת מחסור יותר עמוקה ליד המקור, לפני שנוצר מצב של היפוך. המקדם γ נקרא מקדם המצע (Body Coefficient).

הערך המוחלט על V_{BS} בא לטפל באופן כללי גם באפקט המצע בטרנזיסטורי $PMOS$. בנוסף לערך המוחלט, יש להחסיר את ΔV_T מ V_{T_0} במקרה של $PMOS$ (ולא לחבר, כפי שעשינו ב $NMOS$). לסיכום, נקבל

$$V_T = V_{T_0} + \gamma \left(\sqrt{|V_{BS}| + 2\phi_F} - \sqrt{2\phi_F} \right), \quad \gamma = \begin{cases} -\frac{\sqrt{2\varepsilon_0\varepsilon_{Si}qN_A}}{C_{Oxide}}, & PMOS \\ \frac{\sqrt{2\varepsilon_0\varepsilon_{Si}qN_A}}{C_{Oxide}}, & NMOS \end{cases}$$

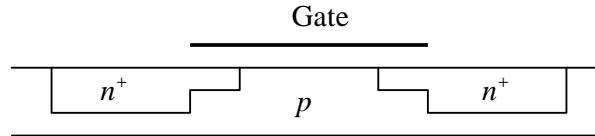
טכנולוגית המזעור (Scaling) ואפקטים שלה

את תלות הזרם בטרנזיסטור ראינו כבר:

$$I_{DS} \propto \frac{Q_{inv}}{t_{transit}} \propto \frac{Q_{inv}}{L} \propto \frac{Q_{inv}}{L^2} \propto \frac{v_d}{L^2}$$

ולכן טבעי יהיה שנרצה להקטין יותר ויותר את אורך שער הטרנזיסטור, לקבלת זרמים גדולים יותר, וכן לאפשר פעולה מהירה יותר של מערכות המורכבות מטרנזיסטורים.

חוק מור (Moore) קובע כי כל שנתיים, הטכנולוגיה תצליח להקטין את L פי 0.7.



איור 94: טרנזיסטור NMOS, עם הרחבות שפך/מקור

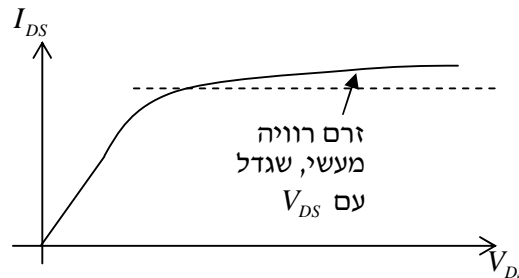
כדי לשמור על קנה-מידה, גם עובי התחמוצת d_{Oxide} קטן בתהליך המזעור. קיימת מגבלה פיסיקאלית על גודל d_{Oxide} - מגבלה בשם פריצת התחמוצת, משמע הולכה בתחמוצת. כלומר, עקב תופעת המנהור דרך מחסום הפוטנציאל (תופעה שדנים בה בתורת הקוונטים), ניתן לקבל הולכה דרך התחמוצת. כמו כן, גם את x_j יש להקטין. את x_j נוהגים להקטין בצורה מיוחדת - יוצרים הרחבות למקור ולשפך, הרחבות שנקראות Source/Drain Extensions, ובכך מתגברים על התנגדות טורית שמתווספת כאשר הצמתים קטנים מאוד. הרחבות אלו יוצרים לנו אורך תעלה אפקטיבי L_{eff} קטן יותר מאורך השער L . את ריכוז הסיגים יש להגדיל, כדי להקטין את עובי שכבות המחסור, כי שאר המימדים של הטרנזיסטור מתכווצים. אך מגבלה על ריכוז הסיגים קיימת - ריכוז סיגים גבוה מדי יכול לגרום לתופעה של פריצה בצמתים.

את V_{DS} יש גם להקטין, כדי לשמור על שדה רצוי שיוצר את הזרם, ובהתאם יש להקטין את מתח הסף V_T . את המתחים קשה להקטין יותר מדי, בגלל מגבלה רעש, שמוסיפה ומורידה למתחים ערכים לא רצויים.

נביט בחסרונות שנובעים מהקטנת אורך הטרנזיסטור (Short Channel Effects).

מודולציה של אורך התעלה

ככשל שהמתח V_{DS} יגדל, כך תגדל גם שכבת המחסור שמסביב למקור ולשפך. דבר זה יצור לנו אורך תעלה אפקטיבי קצר יותר, מכיוון שנושאי מטען שנכנסים לאזור המחסור, "נחטפים" די מהר בגלל השדה שבאזור זה. אפקט זה נותן לנו עלייה בזרם הטרנזיסטור, קצת מעבר לזרם הרוויה שהנחנו, וכמובן שזרם זה יגדל ככל שניתן V_{DS} גדול יותר, וכך שכבות מחסור גדולות יותר.



איור 95: תופעת התקצרות התעלה שגורמת לגידול בזרם הטרנזיסטור

מעשית, מבצעים תיקון למשוואת הזרם שמצאנו בתחום הרוויה:

$$\frac{1}{2} \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} (V_{GS} - V_T)^2 (1 + \lambda V_{DS})$$

כאשר את המקדם λ מוצאים בצורה אמפירית.

Punch-Through

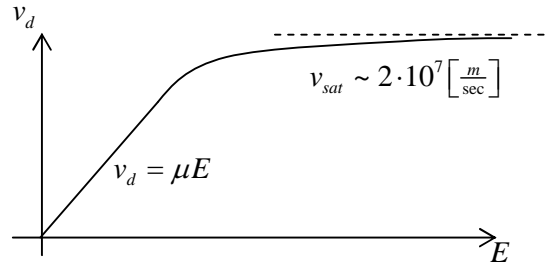
באפקט זה, זליגה מהמקור לשפך, בגלל התפשטות שכבת המחסור גדלה עד שנוגעת במקור, או בשכבת הסיליקון שמתחתיה. פתרונות אפשריים:

- הגבלת מתח העבודה של ספקי המתח.
- העלאת ריכוז הסיגים.

$$v_d = \mu_{eff} E = \mu_{eff} \frac{V_{DS}}{L}$$

אם ניקח דוגמא מספרית שבה $V_{DS} = 5[V]$, $L = 0.5\mu m$, נקבל

$$E = \frac{V_{DS}}{L} = \frac{5}{0.5\mu} = 10^5 \left[\frac{V}{cm} \right]$$



איור 96: רווית מהירות הסחיפה של נושאי המטען בחומר

ואם הניידות האפקטיבית היא $\mu = 500$, נקבל מהירות סחיפה של

$$v_d = 500 \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^7 \left[\frac{cm}{sec} \right]$$

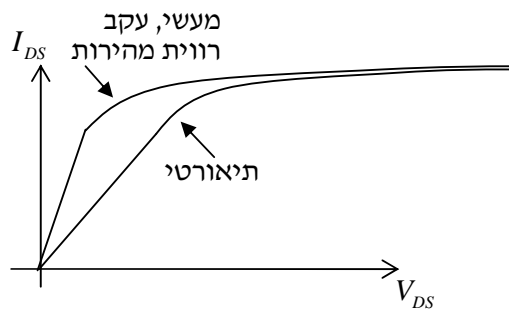
אך ראינו שישנה מהירות רוויה v_{sat} שלא ניתן לעבור.

נחשב את הזרם בטרנזיסטור, כאשר נושאי המטען במהירות רוויה:

$$I_{DS} = \frac{Q}{t_{transit}} = \frac{Q_{inv}}{L} = v_{sat} C_{Oxide} W (V_{GS} - V_{D_{sat}} - V_T)$$

כאשר $V_{D_{sat}}$ הוא מתח הסף שבו מגיעים למהירות הרוויה, מתח שקטן יותר מ $V_{GS} - V_T$.

למעשה, אופיין הטרנזיסטור שונה ממה שראינו, והזרם מגיע למצב של רוויה מוקדם יותר, בגלל מהירות נושאי המטען שגדלה מהר מאוד.



איור 97: זרם הטרנזיסטור המעשי יותר, עקב רווית מהירות סחיפה

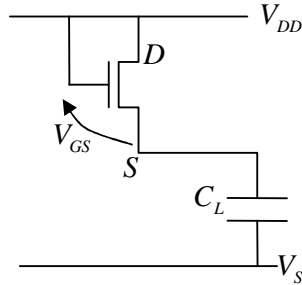
נרצה להקטין את x_j , כדי לצמצם את הקטנת אורך התעלה האפקטיבית, דבר שגורם לנו בסופו של דבר להקטנת מתח הסף V_T .

נסכם את פעולות שני סוגי הטרנזיסטורים כדי לבחון איזה מהם עדיף לכל סוג של פעולה – טעינה ופריקה של קבל C_L . סימונים:

- מתח ספק גבוה: V_{DD} , בד"כ כ-3 וולט, '1' לוגי.
- מתח ספק נמוך (אדמה): V_{SS} , בד"כ כ-0 וולט, '0' לוגי.
- כרגיל, מתח השער ביחס למקור: V_{GS}

טעינת קבל – Pull Up

ראשית, ננסה לטעון את הקבל בעזרת טרנזיסטור NMOS (טרנזיסטור או מכלול טרנזיסטורים שדואג לטעינה של קבל נקרא Pull Up). זרם הטעינה הוא בכיוון מהטרנזיסטור אל הקבל, כדי להזרים מטענים חיוביים אל הקבל וכך לטעון אותו. זהו קבל NMOS, ולכן יזרמו בו אלקטרונים, ולכן נאמר שזרם האלקטרונים הוא בכיוון הפוך, כלומר מהקבל אל מהטרנזיסטור. לכן נסמן את המקור נמוך ואת השפך גבוה, ואז נוכל לסמן את המתח V_{GS} . כדי לגרום להיפוך בקבל NMOS, אנו צריכים לחבר את השער למתח חיובי, כדי למשוך אלקטרונים ממצע ה- p . לכן, נחבר את השער למתח הספק הגבוה במעגל - V_{DD} .



איור 98: טעינת קבל דרך טרנזיסטור NMOS

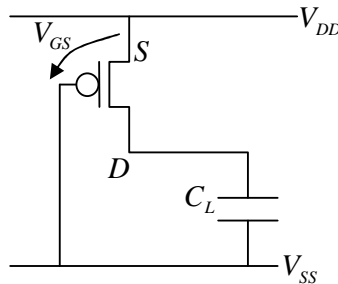
מחוק קירכהוף למתחים, כאשר V_L הוא המתח על הקבל C_L , נקבל

$$V_L + V_{DS} = V_{DD} - V_{SS} = \text{Const}$$

וכך אנו רואים שככל שהקבל נטען, מתח השער V_{GS} קטן מכיוון ש V_{DS} קטן ולכן הזרם שטוען את הקבל קטן בצורה משמעותית (ראינו בעבר שכאשר אנו משנים את V_{GS} , הזרם יורד בצורה פרבולית).

בנוסף, מכיוון ש V_{GS} קטן, הטרנזיסטור יגיע למצב שבו $V_{GS} = V_T$, ואז כמובן תפסק הזרימה כליל, כי לא תהיה שכבת היפוך בקבל.

כעת נטען את הקבל עם טרנזיסטור PMOS, כמתואר באיור 99.



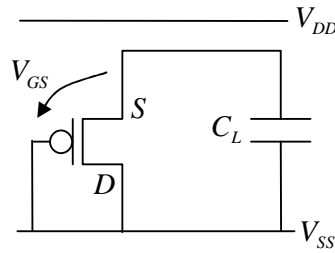
איור 99: טעינת קבל דרך טרנזיסטור PMOS

כפי שצינו קודם, הזרם הוא בכיוון מהטרנזיסטור אל הקבל, כדי להזרים מטענים חיוביים אל הקבל וכך לטעון אותו, וכאן ינועו מטענים חיוביים – חורים, ולכן נסמן את המקור למעלה ואת השפך למטה. כעת נבחין שהמתח V_{GS} לא משתנה כלל עם טעינת הקבל, למרות שעדיין V_{DS} קטן על חשבון הטעינה של הקבל במתח V_L . לכן, הזרם

בטרנזיסטור הוא רוב הזמן זרם רוויה, עד אשר V_{DS} קטן מ $V_{GS} - V_T$.

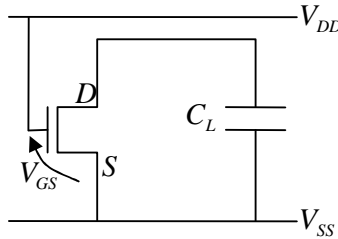
בנוסף, הקבל יטען עד למתח המכסימלי האפשרי V_{DD} , בשונה מהטעינה ע"י טרנזיסטור NMOS.

לסיכום – נעדיף שטעינת קבל תעשה ע"י טרנזיסטור מסוג PMOS.



איור 100 : פריקת קבל דרך טרנזיסטור PMOS

טרנזיסטור או מכלול טרנזיסטורים שדואג לפריקה של קבל נקרא Pull Down. משיקולים דומים של טעינת הקבל, אפשר להבחין שטרנזיסטור NMOS יפרוק את הקבל ביעילות גדולה יותר, משום שבו השער מחובר ל V_{DD} והמקור ל V_{SS} , מה שמבטיח מתח שער יציב לאורך הפריקה.



איור 101 : פריקת קבל דרך טרנזיסטור NMOS

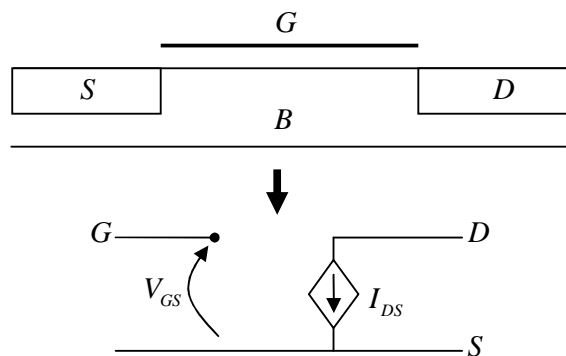
לאחר שראינו שטעינה עדיפה עם טרנזיסטור PMOS, ופריקה עדיפה עם טרנזיסטור NMOS, נסיק שכדי לבצע את שתי המטלות הללו ביחד, נעדיף להשתמש במהפך CMOS. מהפך CMOS משלב את שני הטרנזיסטורים, כאשר כל אחד מהם פועל בצורה הטובה ביותר (טרנזיסטור ה NMOS יפרוק את המוצא, וטרנזיסטור ה PMOS יטען את המוצא).

מעגל תמורה לאות גדול

תודות לבידוד בין השער לתעלה, מעגל התמורה הוא פשוט ומופיע באיור 102, כאשר הזרם מבוקר הצורה הבאה:

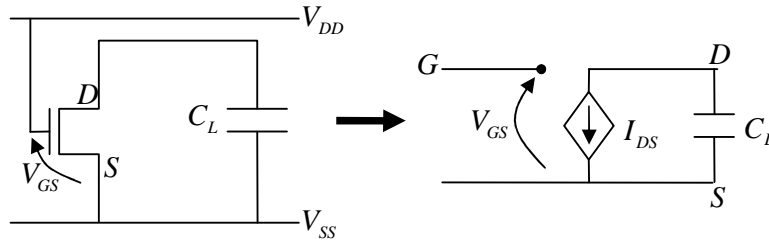
$$I_{DS} = \begin{cases} k \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right], & V_{DS} < V_{GS} - V_T \\ \frac{1}{2} k (V_{GS} - V_T)^2, & V_{DS} \geq V_{GS} - V_T \end{cases}$$

$$k \triangleq \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide} \text{ כאשר}$$



איור 102 : מעגל תמורה של טרנזיסטור, לאות גדול

נרצה לפתור בעיה של פריקת מעגל, במצב NMOS Pull-Down.



איור 103 : סכמת תמורה למעגל Pull Down

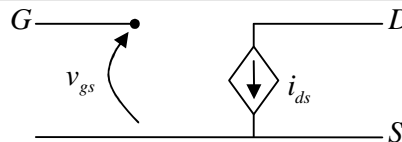
נבנה את סכמת התמורה למעגל, כמופיע באיור 103, ע"י הצבת מעגל התמורה במקום הטרנזיסטור. בתחילת הפריקה, נשתמש במשוואה

$$I_{DS} = \frac{1}{2} k (V_{GS} - V_T)^2$$

כלומר זרם קבוע. לאחר הנקודה שבה $V_{DS} = V_{GS} - V_T$, הזרם משתנה, ונקבל משוואה דיפרנציאלית יותר מסובכת, כאשר הזרם תלוי ב V_{DS} :

$$I_{DS} = k \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$$

מעגל תמורה לאות קטן



איור 104 : מעגל תמורה של טרנזיסטור, לאות קטן

באות קטן, בגלל השינויים הקלים, ניתן לבצע ליניאריזציה. אם נביט באותות קטנים v_{gs}, i_{ds} שמתווספים לאותות הגדולים V_{GS}, I_{DS} , שהם אלו שקובעים את נקודת העבודה שלנו במעגל, אזי נקבל סכמת תמורה המופיעה באיור, כאשר הזרם קשור ליניארית במתח באות קטן :

$$i_{ds} = g_m v_{gs}$$

כאשר g_m נקראת מוליכות מעבר והוא מוגדר כך :

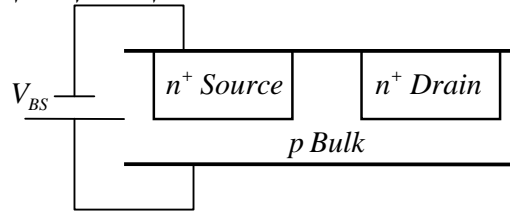
$$g_m \triangleq \frac{\partial I_{ds}}{\partial V_{gs}} = \frac{\partial (I_{DS} + i_{ds})}{\partial (V_{GS} + v_{gs})}$$

נניח שנקודת העבודה שלנו היא בתחום הרוויה, כלומר $V_{DS} > V_{GS} - V_T$ ואז נקבל את המוליכות:

$$g_m = k (V_{GS} - V_T), \quad k \triangleq \mu_{eff} \frac{W}{L} C_{Oxide}$$

פרק 5 - הטרנזיסטור הבי-פולארי

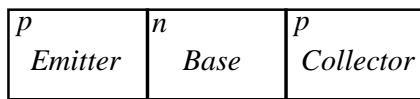
טרנזיסטור בי-פולארי נקרא בלעז Bi-Polar Junction Transistor (BJT). השם של טרנזיסטור זה (בי-פולארי) נובע מהעובדה ששני סוגי נושאי המטען, אלקטרונים וחורים, נעים יחדיו ליצירת הזרם. זאת לעומת טרנזיסטור MOS, בו סוג אחד של נושאי מטען נע בתעלה, וסוג זה נקבע ע"י המצע עליו בנוי הטרנזיסטור. כשאנו מכירים כבר את טרנזיסטור ה MOS, נוכל להסתכל על הטרנזיסטור הבי-פולארי כעל שינוי של טרנזיסטור MOS. השינויים העיקריים שנבצע הם הסרת השער והוספת ממתח קדמי בין המקור (Source) למצע (Bulk).



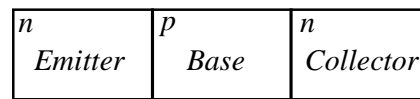
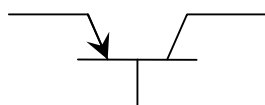
איור 105 : טרנזיסטור ביפולארי כשינוי של טרנזיסטור MOS

ממתח קדמי זה בדיודת המקור-מצע יגרום להזרקה אלקטרוניים למצע. האלקטרונים המוזרקים יגיעו לאזור הניטרלי במצע, שם אין שדה חשמלי ולכן האלקטרונים ימשיכו לנוע בדיפוזיה. כמו בטרנזיסטור MOS, הדיודה שפך-מצע נמצאת בממתח אחורי, ולכן אלקטרונים שיגיעו לאזור שכבת המחסור שמסביב לשפך יאספו לשפך. כמובן שתהליך זה יתכן רק כאשר המרחק בין המקור והשפך קטן ממרחק הדיפוזיה $L_e = \sqrt{D_e \tau_e}$, כי אחרת האלקטרונים יתאחדו עם החורים החיוביים בתהליך רקומבינציה.

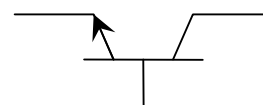
כדי להקל על הטיפול, נדון בהתקן חד-מימדי. הטרנזיסטור הביפולארי מורכב משלושה אזורי מוליכים למחצה, כאשר הם מסוממים לסירוגין באופן npn או pnp. צורת בנייה זו יוצרת שני צמתים מוצמדים זה לזה. כדי שהטרנזיסטור יזרים זרם, נרצה שצומת Emitter – Base תהיה בממתח קדמי, וכך תזריק נושאי מטען לבסיס (במקרה של טרנזיסטור pnp יוזרקו חורים, ובמקרה המקביל יוזרקו אלקטרונים). הצומת Collector – Base תהיה בממתח אחורי, כדי שתבצע בה איסוף נושאי המטען.



סימוו סכמאתי



סימוו סכמאתי

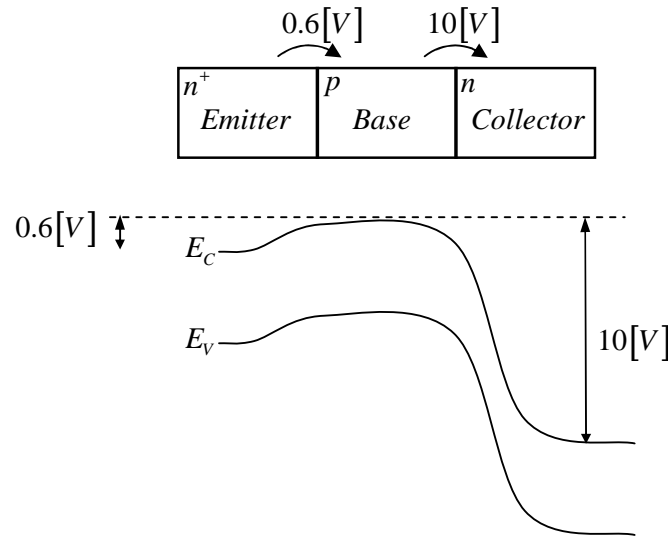


איור 106 : שלושת החלקים של הטרנזיסטור הביפולארי וסימוו הטרנזיסטור במעגל חשמלי

כפי שציינו כבר קודם, הבסיס צריך להיות יהיה צר מאוד. את ציר ה x נסמן לאורך ההתקן ונדון בחישובי זרמים לאורך ציר זה, כלומר באופן חד-מימדי פשוט.

נביט בפסי האנרגיה כאשר מפעילים את המתחים הבאים :

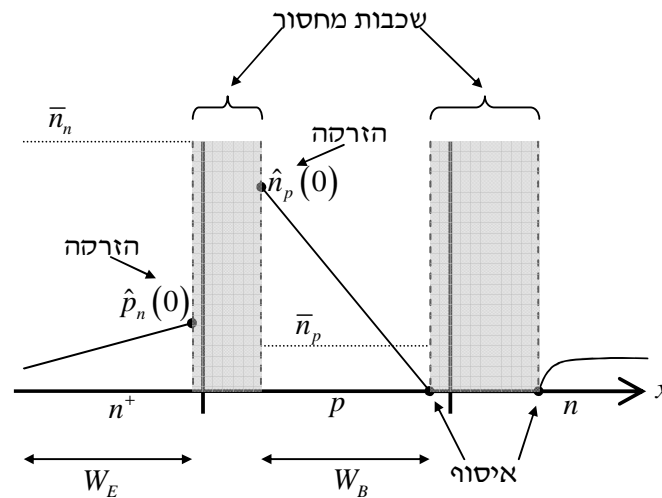
- ממתח קדמי של $0.6[V]$ בצומת מקור-בסיס n^+p
- ממתח אחורי של $10[V]$ בצומת בסיס-שפך pn
- למצב זה נקרא בהמשך "פעיל קדמי"



איור 107 : פסי האנרגיה בטרנזיסטור npn במצב "פעיל קדמי"

ניתן לראות את אפקט השליטה על הזרם (האפקט הרצוי בטרנזיסטורים) – עי"י הפעלת ממתח קדמי על דיודת ה $Emitter$, אנו משנים את הזרם, שתלוי באופן אקספוננציאלי במתח הצומת, כפי שאנו מכירים בדיודה. בנוסף, אנו רואים כי יש כאן אפקט של הגבר – אותו הזרם, שכדי להזרים אותו היה דרוש להפעיל מתח קטן יחסית של $0.6[V]$, עובר ב $Collector$ במפל מתחים גדול יותר - $10[V]$ בדוגמה שלנו – וזהו הגבר ההספק.

ננתח כעת את ריכוזי המטענים בטרנזיסטור בי-פולארי אידיאלי מסוג n^+pn , מחוץ לשכבות המחסור, ונחשב את הזרם בטרנזיסטור.



איור 108 : פרופילי נושאי המטען בטרנזיסטור npn

האלקטרונים מוזרקים מצד n^+ (מצד ה $Emitter$) לצד p (לבסיס) ונאספים ב $Collector$. את הטרנזיסטור תיכננו כך שמרחק הדיפוזיה של האלקטרונים גדול בהרבה מרוחב הבסיס W_B , ולכן (באופן אידיאלי כמובן) האלקטרונים שמוזרקים לבסיס לא מספיקים להתאחד עם החורים, ולכן נוכל להניח שכל האלקטרונים המוזרקים יאספו ב $Collector$, וכך נקבל שהזרם I_E ב $Emitter$ שווה לזרם I_C ב $Collector$. מאוחר יותר, נטפל באופן כמותי בגורמים שמסיטים את הטרנזיסטור מלהיות אידיאלי.

ישנן תרומות נוספות לזרם הטרנזיסטור: זרם החורים המוזרקים מהבסיס ל *Emitter*, וזרם החורים הנאספים מה *Collector* לבסיס. מכיוון שהסימום ב *Emitter* גדול בהרבה מהסימום בבסיס, נוניח את זרם החורים המוזרקים מהבסיס ל *Emitter* - זרם זה קטן בהרבה מזרם האלקטרונים המוזרקים לבסיס. את זרם החורים הנאספים אל הבסיס גם כן נוניח, משום שזהו זרם זליגה.

בגלל הפרופיל הליניארי של ריכוזי האלקטרונים בבסיס, כמו בדיודה קצרה, הרי שהזרם I_E שמוזרק מה *Emitter* קבוע. נחשב את זרם האלקטרונים בנקודת ההזרקה, I_E :

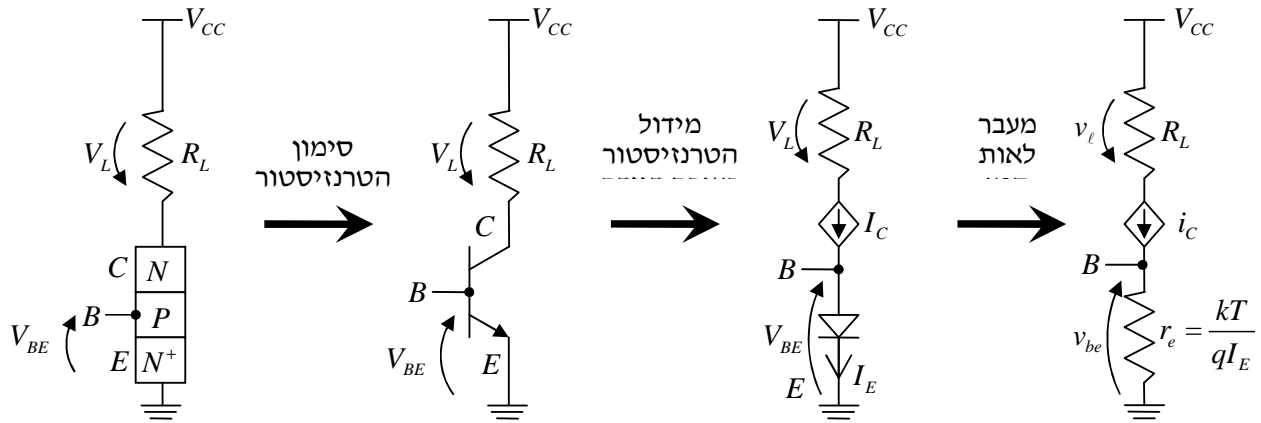
$$I_E = I_C = J_e A$$

ומכיוון שהאלקטרונים זורמים בגלל דיפוזיה, נקבל

$$I_E = J_e A = qAD_e \frac{\partial \hat{n}}{\partial x} = qAD_e \frac{\hat{n}_p(0)}{W_B} = qAD_e \frac{\frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right)}{W_B} = qAD_e \frac{n_i^2}{N_A W_B} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right) \triangleq I_{E_0} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right)$$

וכצפוי, קיבלנו זרם שדומה לזרם של דיודה בממתח קדמי V_{BE} .

כעת נביט בטרנזיסטור כחלק ממעגל חשמלי, מעגל של מגבר אידיאלי.



איור 109: חיבור טרנזיסטור npn במעגל חשמלי פשוט

ראינו כבר שאידיאליות הטרנזיסטור באה לידי ביטוי בכך שאין זרימה בבסיס, כלומר $I_B = 0$, ולכן, מחוק קירכהוף, זרמי ה *Emitter* וה *Collector* שווים, כלומר מתקיים

$$I_C = I_E$$

אם נגדיל את המתח V_{BE} באות קטן v_{be} , נגדיל בעצם את הממתח הקדמי שעל הדיודה *Emitter-Base* וכך נגדיל את הזרם בדיודה זו. כפי שכבר ראינו, הדיודה תתנהג כמו נגד בנקודת העבודה המתאימה, כאשר התנגדות זו היא

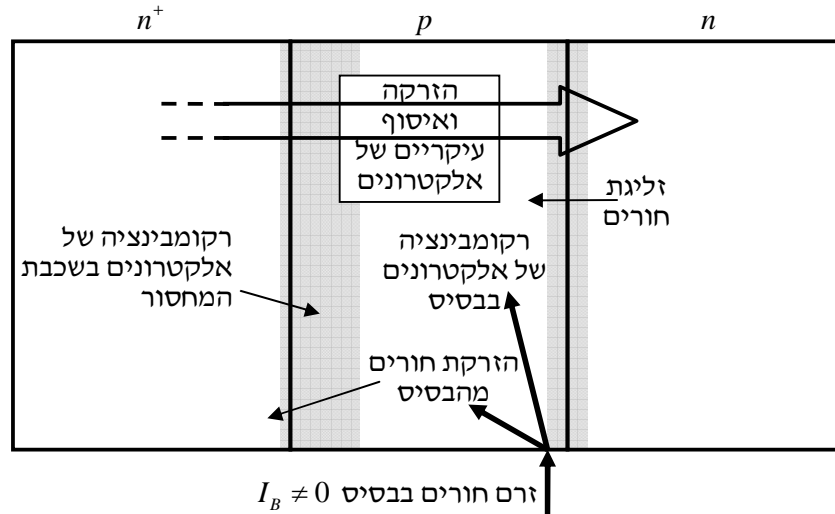
$$r_e = \frac{kT}{qI_E}$$

אותו זרם מוגדל יזרום בנגד R_L , ולכן מפל המתח עליו יגדל $V_L = R_L I$. את הגבר המתח באות קטן נוכל לחשב:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{-i_C R_L}{i_E r_e} = -\frac{R_L}{r_e}$$

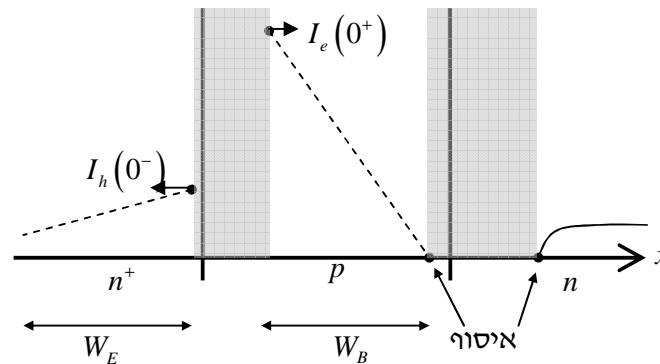
תופעות מעשיות בטרנזיסטור ביפולארי

כעת נביט בתופעות המעשיות שמרחיקות את הטרנזיסטור מלהיות אידיאלי.



איור 110: זרמים מעשיים בטרנזיסטור ביפולארי

כדי לטפל בתופעות אלו באופן כמותי, נגדיר כמה גורמי חוסר-אידיאליות.



איור 111: זרמי הטרנזיסטור הביפולארי

נצילות ההזרקה

את נצילות ההזרקה γ נגדיר כיחס בין הזרם המוזרק לבסיס לזרם הכולל בצומת *Emitter – Base*:

$$\gamma \triangleq \frac{I_e(0^+)}{I_{Total}} = \frac{I_e(0^+)}{I_e(0^+) + I_h(0^-)} = \frac{1}{1 + \frac{I_h(0^-)}{I_e(0^+)}} = \frac{1}{1 + \frac{I_h(0^-)}{I_e(0^+)}} = \frac{1}{1 + \frac{qAD_h \frac{\partial \hat{p}}{\partial x}}{qAD_e \frac{\partial \hat{n}}{\partial x}}}$$

וכאשר אנו מניחים שפרופיל הריכוזים ליניארי, נקבל

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{D_h \hat{p}_n(0)}{D_e \hat{n}_p(0)}} = \frac{1}{1 + \frac{D_h W_B \hat{p}_n(0)}{D_e W_E \hat{n}_p(0)}} = \frac{1}{1 + \frac{D_h W_B \frac{n_i^2}{N_{D,E}} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right)}{D_e W_E \frac{n_i^2}{N_{A,B}} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right)}} = \frac{1}{1 + \frac{D_h W_B N_{A,B}}{D_e W_E N_{D,E}}}$$

כאשר $N_{A,B}$ הוא מספר הסיגים הנוטלים בבסיס ו $N_{D,E}$ מספר הסיגים התורמים ב *Emitter*.
 אנו רואים שאידיאליזציה של הטרנזיסטור, כפי שכבר ראינו, יכולה להתבצע ע"י הגדלת מספר הסיגים התורמים ב *Emitter* יחסית למספר הסיגים הנוטלים בבסיס, וע"י כך הפיכת הצומת ל $n^+ p$ וקבלת γ קרוב ל 1.

ניתוח זה מדגיש את העובדה שיש בטרנזיסטור הביפולארי כיוון מועדף – יש להשתמש בחומר מסוג n^+ עבור ה *Emitter*, כאשר עבור ה *Collector* דווקא יש להשתמש בחומר מסוג n .

נשים לב שבחישובנו הנחנו שהדיודה קצרה בצד n^+ , מכיוון שלקחנו את פרופיל החורים ליניארי. זוהי נקודה חשובה, מכיוון שבחירת רוחב W_E גדול מדי, או קיצור זמן החיים של החורים (יכול להתבצע ע"י זיהום הסיליקון בזהב, דבר שמוסיף מוקדי רקומבינציה בחומר) יכולה לשנות את פרופיל החורים לפרופיל אקספוננציאלי וכך להביא לזרם חורים גדול מאוד.

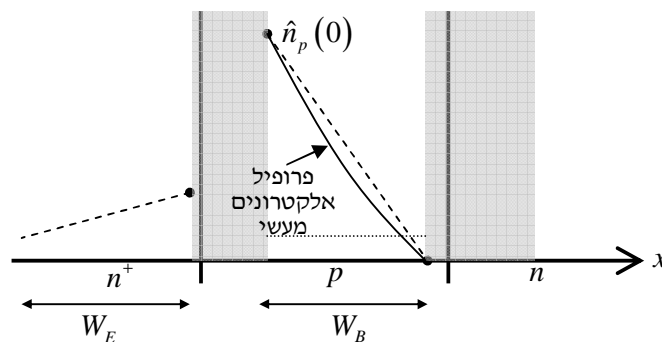
גורם המעבר בבסיס

את גורם המעבר בבסיס b , נגדיר כיחס בין זרם נושאי המטען המרכזיים (אלקטרונים במקרה של npn) המגיע ל $Collector$ לזרם המוזרק מה $Emitter$:

$$b \triangleq \frac{I_E - I_{R,B}}{I_E} = 1 - \frac{I_{R,B}}{I_E}$$

כאשר $I_{R,B}$ הוא זרם הרקומבינציה בבסיס:

$$I_{R,B} \triangleq \frac{\hat{Q}_B}{\tau_e} = \frac{\int_0^{W_B} qA\hat{n}(x) dx}{\tau_e}$$



איור 112: פרופיל האלקטרונים בבסיס טרנזיסטור npn

כאשר \hat{Q}_B הוא סה"כ המטען האגור בבסיס, בעודף. חישוב האינטגרל מסובך, ולכן נקרב את הביטוי למטען זה ע"י שטח המשולש שנוצר מפרופיל ליניארי, שהוא יחסית די קרוב לפרופיל המעשי. נקבל

$$I_{R,B} \sim \frac{qA \left(\frac{1}{2} \hat{n}_p(0) \cdot W_B \right)}{\tau_e} = \frac{\frac{1}{2} qAW_B \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right)}{\tau_e}$$

נציב את הביטויים שקיבלנו,

$$I_E = qAD_e \frac{n_i^2}{N_A W_B} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right), \quad I_{R,B} = \frac{\frac{1}{2} qAW_B \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right)}{\tau_e}$$

להגדרת גורם המעבר בבסיס, ונקבל

$$b = 1 - \frac{\frac{\frac{1}{2} qAW_B \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right)}{\tau_e}}{qAD_e \frac{n_i^2}{N_A W_B} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right)} = 1 - \frac{\frac{1}{2} W_B \tau_e}{D_e \frac{1}{W_B}} = 1 - \frac{W_B^2}{2D_e \tau_e} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{W_B}{L_e} \right)^2$$

וכך רואים בבירור את הדרישה שהבסיס יהיה צר ביחס למרחק הדיפוזיה של האלקטרונים L_e , כדי שאפקטיבית לא תתבצע רקומבינציה בדיפוזיית האלקטרונים לעבר ה $Collector$ ונקבל $b = 1$.

ניתן להביט על גורם המעבר בבסיס באופן נוסף. אם נגדיר את זמן המעבר של האלקטרונים בבסיס τ_B , נוכל לבטא את זרם האלקטרונים בבסיס כך:

$$I_E = \frac{\hat{Q}_B}{\tau_B} = \frac{\frac{1}{2} qW_B \hat{n}(0)}{\tau_B}$$

ומצד שני קיבלנו את הביטוי

$$I_E = qD_e \frac{\hat{n}(0)}{W_B}$$

וכך נוכל למצוא ביטוי לזמן המעבר של האלקטרונים בבסיס:

$$\frac{\frac{1}{2} q W_B \hat{n}(0)}{\tau_B} = q D_e \frac{\hat{n}(0)}{W_B} \Rightarrow \tau_B = \frac{W_B^2}{2 D_e}$$

ונקבל שגורם המעבר בבסיס הוא:

$$b = 1 - \frac{W_B^2}{2 D_e \tau_e} = 1 - \frac{\tau_B}{\tau_e}$$

וזוהי תוצאת פיסיקאלית שמוכרת לנו – גורם המעבר של האלקטרונים בבסיס ישאף ל 1 ככל שזמן המעבר של האלקטרונים קטן מאוד ביחס לזמן החיים הכללי שלהם בחומר.

בטרנזיסטורים מציאותיים, ישנו גם שדה חשמלי בבסיס שמקורו בשינויים בריכוזי הסיגים בבסיס. שדה זה יאיץ את האלקטרונים ולכן ייתן לנו זמן מעבר קטן יותר, ולכן ישפר את גורם המעבר b .

גורם המעבר המשוקלל

נגדיר את גורם המעבר המשוקלל של זרם הטרנזיסטור:

$$\alpha \triangleq \beta \gamma$$

ולכן

$$I_C = \alpha I_E$$

הגבר זרם

את הגבר הזרם נגדיר כיחס בין הזרם העובר ב *Collector* לזרם הנכנס מהבסיס:

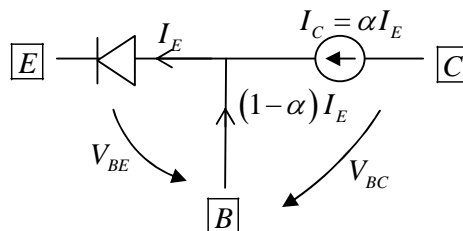
$$\beta \triangleq \frac{I_C}{I_B}$$

ולכן

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{\alpha I_E}{(1-\alpha) I_E} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

מידול הטרנזיסטור הביפולארי

נרצה למדל את הטרנזיסטור בעזרת רכיבים חשמליים מוכרים ופשוטים יותר. בעזרת α , נקבל מודל טרנזיסטור כלהלן:



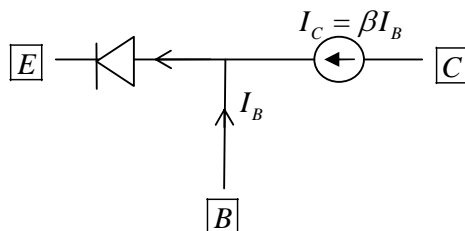
איור 113: מידול הטרנזיסטור הביפולארי

הבסיס צריך לספק זרם חורים $I_B = (1-\alpha) I_E$ כדי לאפשר את הרקומבינציה ואת הזרקת החורים שמגולמים במקדמים $b \leq 1$ ו $\gamma \leq 1$.

ישנן תופעות נוספות, שלא נטפל בהן באופן כמותי:

1. ניתן להרחיב את הטיפול בזרם הבסיס, ולהגדיר $\delta \leq 1$ בתור מקדם הגרציה/רקומבינציה בשכבת המחסור.
2. מכיוון ששכבת המחסור ב *Collector* היא רחבה ויש בה שדה חשמלי חזק, אלקטרונים יכולים להגיע למהירויות גבוהות ולגרור, ע"י התנגשויות, ליינון של אטום וכך ליצור זוג אלקטרון-חור חדש. תופעה זו תגרום לזרם ב *Collector* לגדול פי M , מקדם פיזיקאלי נוסף שניתן לחשבו.
3. עם מקדמים חדשים אלו, יש להגדיר $\alpha = b \gamma \delta M$, ובכך לקבל מידול מדויק יותר של התופעות הפנימיות שבטרנזיסטור הביפולארי. אנו נתעסק רק עם b ו γ .

בעזרת הגבר הזרם, נוכל לשרטט מודל קצת שונה מזה שראינו קודם:



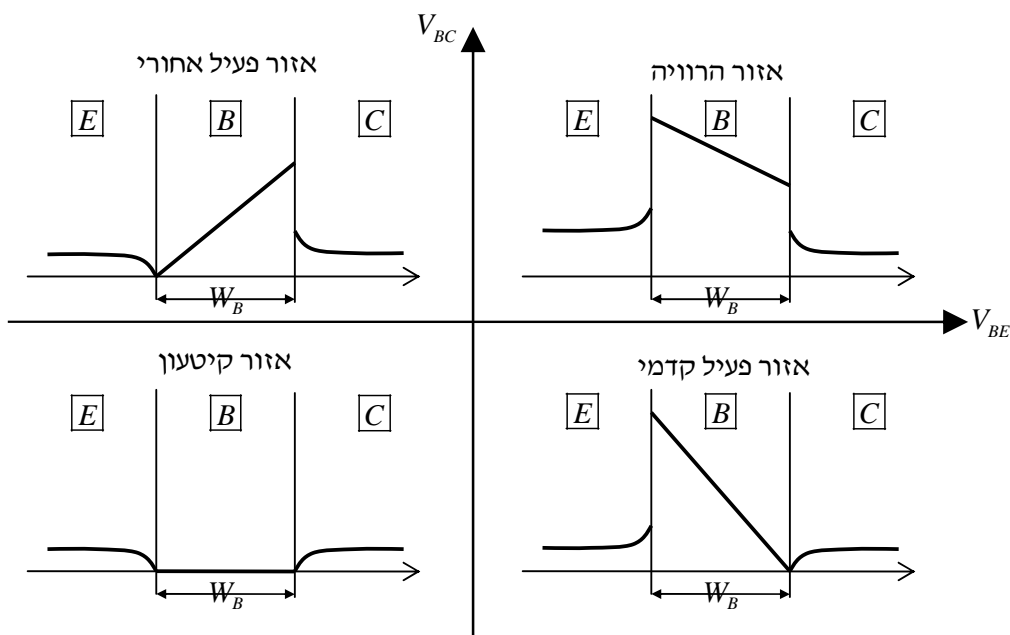
איור 114: מידול הטרנזיסטור הביפולארי כמגבר זרם

כך נוכל להסתכל על הטרנזיסטור כמגבר זרם. אם נביט בדוגמא מספרית שבה $\alpha = 0.99$, נקבל הגבר זרם של $\beta = 100$. אך מכיוון שחישוב β כולל חלוקה במספר קטן מאוד, לא קל לקבל תחום צר של β . מעשית, בגלל תחום הערכים של הגורם α , מקבלים β בתחום של 1-2 סדרי גודל, ולכן זהו מקדם לא שימושי בד"כ.

אזורי הפעולה של הטרנזיסטור הבי-פולארי

ראינו כי הטרנזיסטור בנוי משתי דיודות צמודות. לכן, בהתאם לשני אופני הפעולה השונים של דיודה (ממתח קדמי וממתח אחורי), נקבל בסה"כ ארבע אופני פעולה לטרנזיסטור. נסכם את אופני הפעולה האפשריים של הטרנזיסטור הביפולארי:

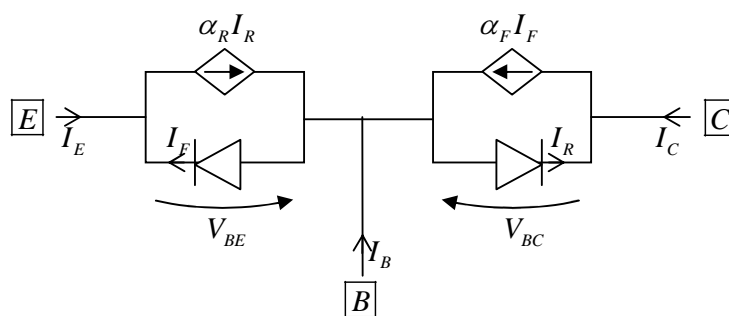
1. פעיל קדמי (*Forward*): ממתח קדמי על הצומת המזריקה *Emitter – Base*, וממתח אחורי על הצומת האוספת *Base – Collector* - אופן הפעולה המבוקש, כאשר נרצה הזרמת זרם בטרנזיסטור. לפרמטרי הפעולה במקרה זה, נקרא α_F ו β_F .
2. קיטעון (*Cut – off*): כאשר נרצה להפסיק רת זרימת הזרם בטרנזיסטור, נפעיל ממתחים אחוריים על שני הצמתי. במצב זה יזרמו רק זרמי זליגה זניחים בשני הצמתיים.
3. רוויה (*Saturation*): מצב לא רצוי בד"כ, בו שני הצמתיים נמצאים בממתח קדמי, ולכן הבסיס רווי בנושאי מטען. שני הצמתיים יזריקו נושאי מטען לבסיס, מה שיפגע בפעולתו התקינה של הטרנזיסטור, ולא נקבל את ההגברים להם צפינו (לא יתקיים $I_C = \beta_F I_B$, אלא תמיד $I_C < \beta_F I_B$).
4. פעיל אחורי (*Reverse*): מצב לא רצוי בד"כ, בו הטרנזיסטור פועל באופן הפוך. הצומת האוספת *Base – Collector* נמצאת בממתח קדמי, ולכן מזריקה, והצומת המזריקה *Emitter – Base* נמצאת בממתח אחורי, ולכן אוספת. הטרנזיסטור יהיה פחות יעיל במצב זה, ועבורו מגדירים פרמטרי פעולה α_R ו β_R .



איור 115: פרופילי נושאי המיעוט בטרנזיסטור בארבעת אזורי הפעולה של הטרנזיסטור הביפולארי מסוג npn

מודל אברס-מול (Ebers-Moll) לטרנזיסטור בי-פולארי

מודל זה בא לתת תאור כללי של הטרנזיסטור הביפולארי, בכל מצב פעולה אפשרי (ארבעת המצבים שראינו).



איור 116 : מודל אברס-מול לטרנזיסטור ביפולארי

הערכים עבור הזרמים שמסומנים הם זרמים של דיודות אידיאליות:

$$I_F = I_{ES} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right), \quad I_R = I_{CS} \left(e^{\frac{qV_{BC}}{kT}} - 1 \right)$$

כאשר זרם הזליגה שלהם מסומן I_{ES} ו I_{CS} .

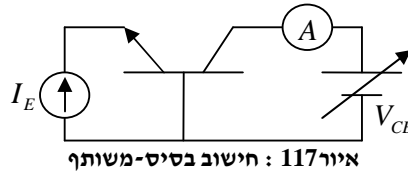
באזור פעיל קדמי, כלומר כאשר $V_{BE} > 0$ ו $V_{BC} < 0$, הזרם I_R הוא זרם זליגה של הדיודה, I_{CS} שהוא זרם זניח, ולכן ניתן למחוק את הדיודה של ה *Collector*, וגם את מקור הזרם המפוקח ע"י I_R , וכך המודל מתנוון למודל המוכר שאותו כבר ניתחנו. מחוק קירכהוף לזרמים, מתקיים

$$I_E = -I_F + \alpha_R I_R = -I_{ES} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right) + \alpha_R I_{CS} \left(e^{\frac{qV_{BC}}{kT}} - 1 \right)$$

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R = \alpha_F I_{ES} \left(e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right) - I_{CS} \left(e^{\frac{qV_{BC}}{kT}} - 1 \right)$$

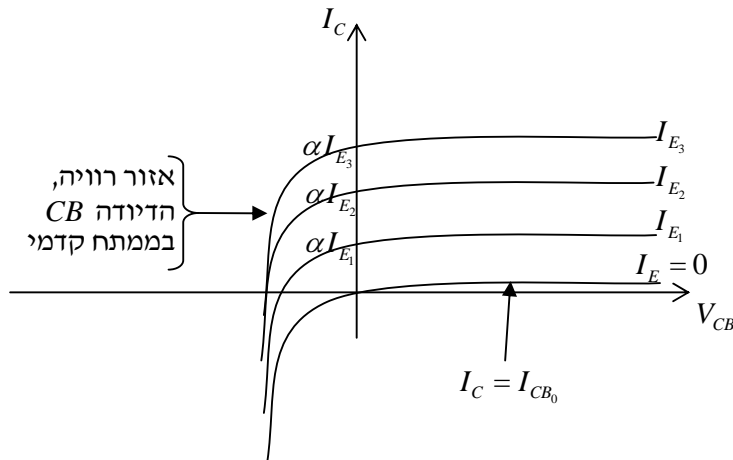
ואלו משוואות אברס-מול.

כדי לקבל אופייני זרם-מתח עבור הטרנזיסטור הביפולארי, נבנה מעגל מדידה המכיל אמפרמטר (מודד-זרם) ומקור מתח משתנה V_{CB} , ע"י חיבור שנקרא בסיס-משותף (*Common – Base*). בעזרת האמפרמטר נמדוד את הזרם ב *Collector*. נרצה למדוד את זרם ה *Collector* כתלות במתח הצומת V_{CB} , לכל זרם I_E שנספק.

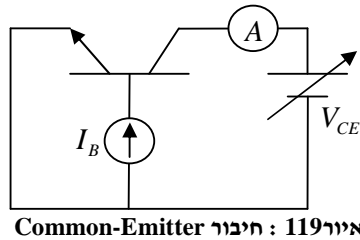


איור 117: חישוב בסיס-משותף

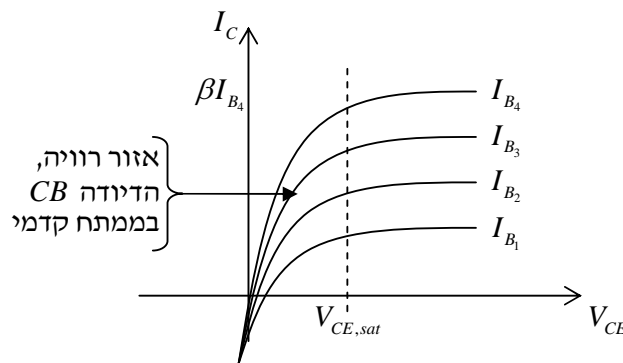
כאשר הזרם $I_E = 0$, נקבל אופייני מוכר של דיודה (הדיודה היא צומת *Collector – Base*), כאשר הממתח עליה הוא V_{CB} שנתון לשליטתנו. עם כל תוספת בזרם I_E , נקבל תוספת זרם בדיודה I_C , בדומה לתוצאה שראינו בפוטו-דיודה. האופיינים המתקבלים משורטטים באיור 118.

איור 118: אופייני הטרנזיסטור בחיבור *Common-Base*

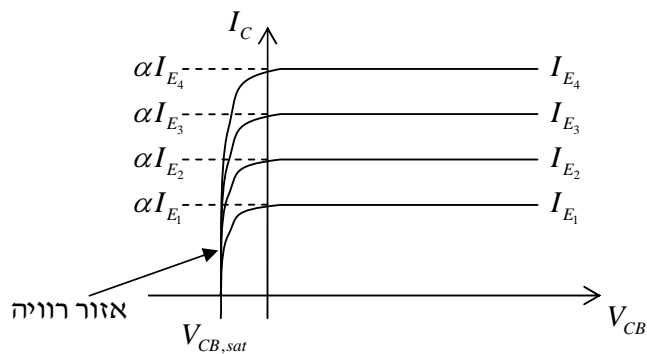
נמדוד כעת את אופייני הטרנזיסטור בחיבור *Common – Emitter*:

איור 119: חיבור *Common-Emitter*

מתקבלים האופיינים הבאים

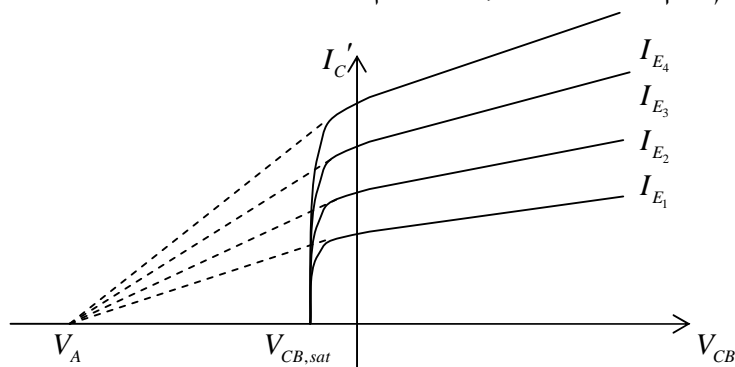
איור 120: אופייני הטרנזיסטור בחיבור *Common-Emitter*

כעת נמדוד את הזרם I_C בטרנזיסטור כפונקציה של המתח עליו, V_{CB} , עבור זרמי I_E שונים. נקבל בעצם תמונה של אופייני דיודה מוארת (פוטו-דיודה), כאשר עבור $V_{CB} > 0$ היא בממתח הפוך, ו"זרם ההארה" הוא I_E .



איור 121: זרם הטרנזיסטור כתלות במתח V_{CB}

כאשר מגדילים את המתח על ה- $Collector$, שכבת המחסור בינו לבסיס גדלה ולכן רוחב הבסיס קטן, מה שמגדיל את הזרם ב- $Collector$, ולכן האופיינים המעשיים שמקבלים הם:



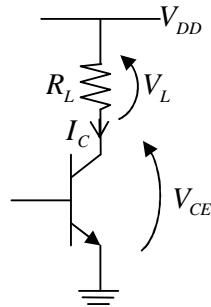
איור 122: זרם הטרנזיסטור המעשי כתלות במתח V_{CB}

תוצא (אפקט) זה נקרא ע"ש ארלי ($Early Effect$). המשך הקווים האופייניים נפגשים בנקודה V_A , והזרם שמתקבל הוא

$$I'_C = I_C \left(1 + \frac{V_{CB}}{V_A} \right)$$

חיבור טרנזיסטור ביפולארי כמגבר

נבחן את פעולתו של הטרנזיסטור הבי-פולארי כמגבר.



איור 123: חיבור טרנזיסטור ביפולארי כמגבר

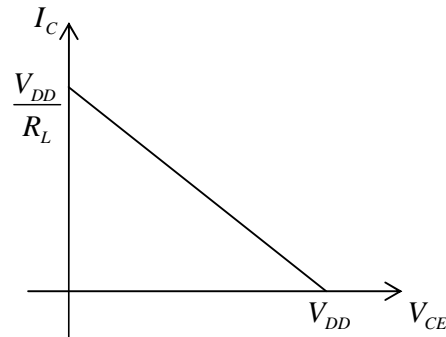
מחוק קירכהוף למתחים, מקבלים

$$V_{DD} = V_L + V_{CE} = I_C R_L + V_{CE}$$

ואז נוכל לקבל אופיין ליניארי למעגל:

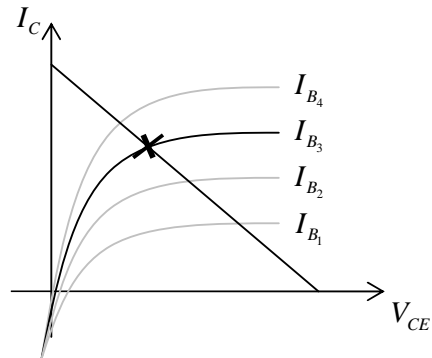
$$I_C = -\frac{1}{R_L} V_{CE} + \frac{V_{DD}}{R_L}$$

ושרטוט האופיין הוא



איור 124: אופיין המגבר

ואם נשרטט אופיין זה של המעגל (נקרא גם "קו העומס") על-גבי אופיין $I_C - V_{CE}$ של הטרנזיסטור שאותו שרטטנו קודם, אזי נוכל למצוא, באופן גראפי, פתרונות למעגל – נקודת המפגש בין האופיינים – זוהי נקודת העבודה.



איור 125: שרטוט אופייני הטרנזיסטור ע"ג אופיין המגבר למציאת נקודת העבודה

ראינו כבר את הביטויים לזרמי הטרנזיסטור, שנובעים ישירות מחוקי קירכהוף במודל אברס-מול:

$$I_E = -I_F + \alpha_R I_R$$

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R$$

כאשר הטרנזיסטור פעיל במצב קדמי (*Forward*), נזניח את הזרם האחורי I_R ונכן נקבל

$$I_E = -I_F$$

$$I_C = \alpha_F I_F$$

כאשר הטרנזיסטור פעיל במצב אחורי (*Reverse*), נזניח את הזרם הקדמי I_F ונכן נקבל

$$I_E = \alpha_R I_R$$

$$I_C = -I_R$$

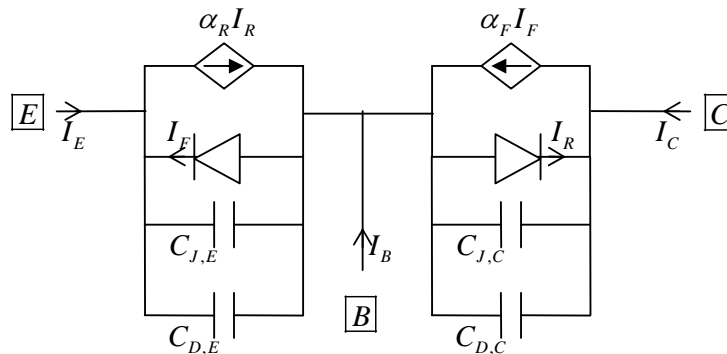
נזכיר כי הסימנים השליליים של הזרמים נובעים מאופן סימון הזרמים במודל.

מגיאוטרית הטרנזיסטור הלא-סימטרית שראינו במעגל המשולב, מתקבל הקשר

$$\alpha_R < \alpha_F$$

הפעולה העיקרית של הטרנזיסטור מתקיימת רק באזור קטן בהתקן המעשי (הכוונה להתקן הסיליקון עצמו), ולכן בהזרקה הפוכה, מה *Collector*, לא תהיה יעילות רבה – רק חלק קטן של אלקטרונים מוזרקים ייאסף ע"י ה *Emitter* הקטן. בנוסף, בגלל ריכוזי הסיגים שבחרנו, כדי לקבל פעולה קדמית טובה של הטרנזיסטור, יעילות הפעולה האחורית α_R קטנה.

כדי לתאר את הדינאמיקה של ההתקן, כדי לבחון את הטרנזיסטור בפעולת מיתוג, נעדכן את מעגל התמורה שהציע מודל אברס-מול



איור 126 : מודל אברס-מול בתוספת קיבולי הדיודות

כאשר מטען הצומת, כלומר מטען הסיגים המיואנים שבשכבת המחסור של כל צומת ידוע לנו מניתוח הדיודה:

$$Q_J \sim k \sqrt{|V_A| - V_{bi}}$$

בנוסף, יש בכל צומת "מטען דיפוזיה" – נושאי מיעוט שהוזרקו לכל צד. נשתמש בקשר הכללי $Q_{eff} = I_{eff} \cdot \tau_{eff}$ ונקבל

שבצד ה *Emitter* יש לנו מטען קדמי, בקבל $C_{D,E}$

$$Q_F = I_F \tau_F$$

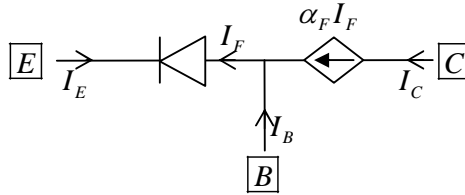
ובצד ה *Collector* מטען אחורי, בקבל $C_{D,C}$

$$Q_R = I_R \tau_R$$

כמובן שבמצב פעיל קדמי, $Q_R = 0$. באופן כללי, מטען דיפוזיה יצטבר, כפי שלמדנו בעבר, רק בדיודות שבהן ישנה הזרקה – כלומר דיודות שנמצאות בממתח קדמי.

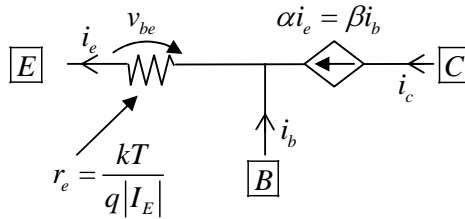
נבחן את המודל באות קטן, ע"י ביצוע ליניאריזציה של האופייניים המתאימים סביב נקודת העבודה.

ראשית, ללא שינויים בזמן, כלומר ללא קבלים. באות קטן, מספיק לקחת רק את החלק במודל שלרונטי – ברור שניתוח של אות קטן סביב נקודת עבודה שנמצאת בתחום הפעיל-קדמי (פעיל-אחורי) לא יתייחס לרכיבים המתארים את הפעולה האחורית (הקדמית).



איור 127 : מודל אברס-מול למצב פעיל קדמי

נבצע ליניאריזציה של המודל לאות קטן (נקרא גם מודל T, או מודל Common – Base) ונקבל את המעגל



איור 128 : מידול הדיודה באות קטן לנגד בנקודת עבודה

נרצה לקבל אופייין של הזרם ב Collector כתלות במתח הקטן v_{be} על הנגד :

$$i_c = \alpha i_e = \alpha \frac{v_{be}}{r_e} = \alpha \frac{q I_E}{kT} v_{be} = \frac{q I_C}{kT} v_{be}$$

מגדירים את "מוליכות המעבר"

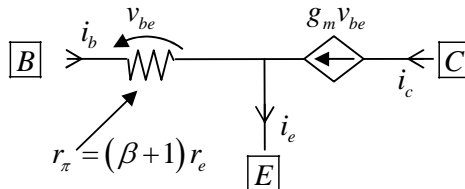
$$g_m \triangleq \frac{q I_C}{kT}$$

וכך קיבלנו את האופייין הליניארי

$$i_c = g_m v_{be}$$

הפרמטר g_m הוא פרמטר שימושי ביותר, מכיוון שהוא אינו תלוי בפרמטרים אחרים בטרנזיסטור, אלא רק בנקודת עבודה, אליה ניתן להגיע, ומאופיינת ע"י זרם I_C , הזרם ב Collector.

ניתן לפתח מודל שקול, מודל Common – Emitter, ע"י ביצוע השינויים הבאים :



איור 129 : מודל נוסף לאות קטן, בשם Common Emitter

מכיוון שבמודל הקודם קיבלנו

$$v_{be} = i_e r_e = (i_c + i_b) r_e = (\beta i_b + i_b) r_e = (\beta + 1) i_b r_e$$

אזי, כדי שמודל Common – Emitter יהיה שקול, נדרוש

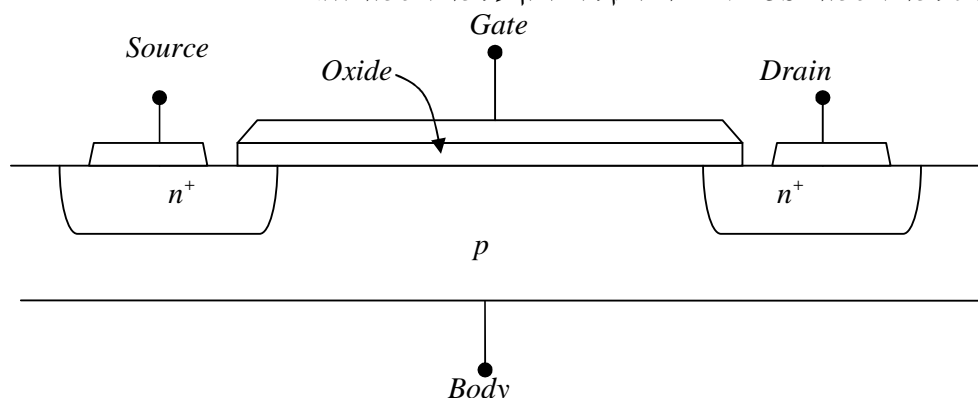
$$v_{be} = i_b r_\pi = (\beta + 1) i_b r_e \Rightarrow r_\pi = (\beta + 1) r_e$$

הטרנזיסטור הבי-פולארי כחלק ממעגל משולב (Integrated Circuit)

מעגלים משולבים מיוצרים בשכבות של מישורים, כאשר כל שכבה יכולה להיות שכבה של סיליקון או של מתכת ליצירת חיבורים בין חלקי הסיליקון. כדי לבנות טרנזיסטור אחד, יש לייצר מספר שכבות כאלו.

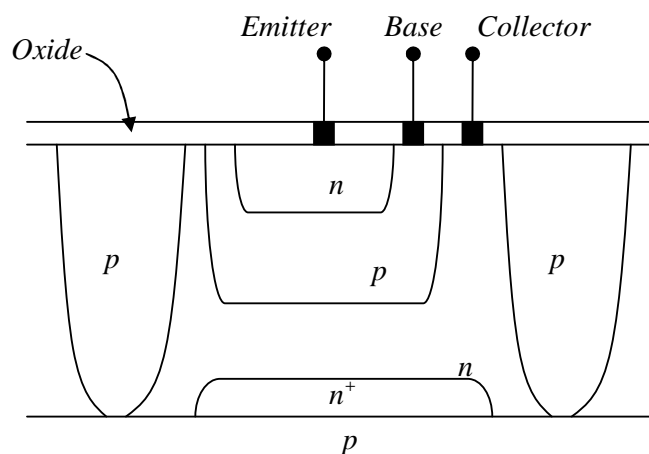
הטרנזיסטורים האמיתיים אינם חד-מימדיים כפי שתארנו, ולכן ישנם סטים נוספים של בעיות שנפגשים בהם, עקב מגבלות הייצור של הטרנזיסטורים של שכבות הסיליקון.

בצורת הבנייה של טרנזיסטור *NMOS* כבר נתקלנו בדיון על טרנזיסטור זה.



איור 130 : טרנזיסטור nmos

מבנה הטרנזיסטור הבי-פולארי, המתואר באיור 131, שונה מאוד מהמבנה החד-מימדי שאותו פגשנו (המודל הפשוט). מספר בעיות חדשות צצות כאשר אנו מפעילים טרנזיסטור זה. ראשית, אנו רואים שישנה הזרקה מחרחבת מה *Emitter* לבסיס, כלומר יגיע זרם למגע ה *Base* שבו לא התחשבנו במודל הפשוט. בנוסף, אנו רואים שהדרך שהזרם צריך לעבור ממגע ה *Emitter* למגע ה *Base* היא עקלקלה וארוכה, ולכן בעלת התנגדות גבוהה מזו שפגשנו במודל הפשוט. כדי להתגבר על חלק מהתנגדות זו, מגדלים מצע מסוג n^+ בתחתית ההתקן.



איור 131 : טרנזיסטור npn