

**גלים מישוריים:**

$$\beta = |\vec{k}| = \frac{\omega}{c} n, \quad 2\pi = k\lambda, \quad \lambda = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_r}}, \quad n \equiv \sqrt{\epsilon_r} \quad \vec{H} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{\omega\mu} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{\sqrt{\mu/\epsilon}} \left( \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \right) \quad \vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 \cdot e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

**קוטוב:**

כללי:  $\vec{E}(z) = (E_1 \hat{x} + E_2 e^{i\psi} \hat{y}) \cdot e^{-ikz}$ , קוטוב ליניארי:  $\vec{E}(0,t) = E_1 \cos(\omega t) \hat{x} \pm E_2 \cos(\omega t) \hat{y}$ ,  $\psi = 0, \pm\pi \Rightarrow$   
 קוטוב אליפטי:  $\vec{E}(0,t) = E_1 \cos(\omega t) \hat{x} \mp E_2 \sin(\omega t) \hat{y}$ ,  $\psi = \pm\pi/2 \Rightarrow$  (קוטוב מעגלי:  $E_1 = E_2$ )

**התפשטות גלים בתווך:**

הגדרות:  $\vec{E} = E_0 e^{-i\gamma z} \hat{x} = E_0 e^{-\alpha z} e^{-i\beta z} \hat{x}$ ,  $\gamma = \frac{\omega}{c} n \sqrt{1 - i \frac{\epsilon''}{\epsilon'}}$ ,  $\beta - i\alpha$ ,  $\epsilon_c = \epsilon - i \frac{\sigma}{\omega} \equiv \epsilon' - i\epsilon''$

תווך עם הפסדים נמוכים:  $\alpha \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ ,  $\beta \approx \frac{\omega}{c} n_{eff}$ ,  $n_{eff} = \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \cdot \left( 1 + \frac{1}{8} \left( \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2 \right)$

**תווך עם הפסדים גבוהים – מוליך טוב:**

דעיכת הספק:  $\vec{S} = \frac{1}{2} |E_0|^2 \left( \frac{\beta + i\alpha}{\omega\mu} \right) e^{-2\alpha z} \hat{z}$ , עומק חדירה:  $\delta \approx \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma}}$ ,  $\beta \approx \alpha \approx \sqrt{\frac{\mu\omega\sigma}{2}}$

**מהירות פאזה, מהירות חבורה ודיספרסיה:**

הגדרות:  $c = \frac{c_{vacuum}}{n} = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{k_{vacuum} n}$ , מהירות פאזה:  $v_p = \frac{\omega}{k}$ , מהירות חבורה:  $v_g = \left( \frac{\partial k}{\partial \omega} \right)^{-1}$ ,  $\beta_2 =$  מקדם דיספרסיה

**קווי תמסורת חשמליים:**

$Z_{in} = Z_c \frac{\bar{Z}_L + i \tan(kl)}{1 + i\bar{Z}_L \tan(kl)}$ ,  $Z_L \equiv \frac{V_L}{I_L} = Z_c \frac{(1 + \Gamma_L)}{(1 - \Gamma_L)}$ ,  $\bar{Z}_L \equiv \frac{Z_L}{Z_c} = \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L}$ ,  $Z_c \equiv \frac{V^+}{V^-} = \sqrt{\frac{L}{C}} [\Omega]$ ,  $\bar{Z}_c = 1$   
 מקדם החזרה:  $\Gamma_L \equiv \frac{V^-}{V^+} = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1}$ ,  $\Gamma(z) = \Gamma_L \cdot e^{2ikz} = \frac{\bar{Z}(z) - 1}{\bar{Z}(z) + 1}$ ,  $Z(z) \equiv \frac{V(z)}{I(z)} = \frac{\Gamma(z) + 1}{\Gamma(z) - 1} = \frac{\bar{Z}_L - i \tan(kz)}{1 - i\bar{Z}_L \tan(kz)} \cdot Z_c$

**יחס גלים עומדים:**

$|V|_{min} = |V^+|(1 - |\Gamma_L|)$ ,  $|V|_{max} = |V^+|(1 + |\Gamma_L|)$ ,  $V(z) = V^+ (1 + \Gamma_L e^{2ikz}) e^{-ikz}$ ,  $VSWR = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$

המרחק בין 2 מקסימיני:  $\lambda/2$ , המרחק בין נקודת מקסימיני למיני:  $\lambda/4$

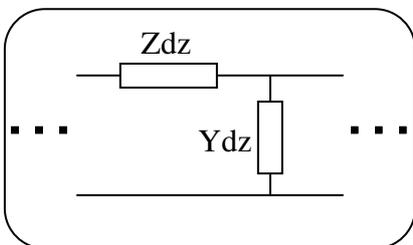
**הספקים בקווי תמסורת:**

גל מתקדם:  $P^+ = \frac{|V^+|^2}{2Z_c}$ , גל חוזר:  $P^- = \frac{|V^-|^2}{2Z_c}$ ,  $P = \frac{|V^+|^2}{2Z_c} (1 - |\Gamma_L|^2)$ ,  $P = P^+ + P^-$

שנאי  $\lambda/4$ :  $Z_2 = \sqrt{Z_L Z_c}$ ,  $Z_L$  ממשי! תיאום בעזרת גדם יחיד:  $\begin{cases} \text{Im}(\bar{Y}_1) = -\text{Im}(\bar{Y}_2) \\ \text{Re}(\bar{Y}_1) = 1, \text{Re}(\bar{Y}_2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \bar{Y}_a = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 = 1$

תיאום להעברת הספק מקסימלי:  $Z_g = Z_{in}^*$

**קו תמסורת עם הפסדים:**



$I(z) = Y_0 (Ae^{-\gamma z} - Be^{\gamma z})$ ,  $V(z) = Ae^{-\gamma z} + Be^{\gamma z}$ ,  $Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L \cosh \gamma l + Z_0 \sinh \gamma l}{Z_0 \cosh \gamma l + Z_L \sinh \gamma l}$   
 כאשר:  $\gamma = \sqrt{Z \cdot Y} = \alpha + i\beta$  עבור G, R קטנים:  $\alpha = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$

**משטחי הפרדה:**

**פגיעה ניצבת של גל מישורי במשטח בעל מוליכות סופית:**

$$SWR = \frac{1+|r|}{1-|r|} \text{ : יגיעה, } \vec{E}_r = (E_0^r \cdot e^{+ik_0z}) \hat{x} \text{ , } \vec{E}_i = (E_0^i \cdot e^{-ik_0z}) \hat{x} \text{ : גל פוגע,}$$

$$\vec{H}_r = (Y_0 \cdot E_0^r \cdot e^{+ik_0z}) \hat{y} \text{ : גל חוזר, } \vec{H}_i = (Y_0 \cdot E_0^i \cdot e^{-ik_0z}) \hat{y}$$

$$\delta \cong \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma}}, Y_m = \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\mu}} \cdot (1-i) \text{ , } \vec{H}_t = \left( Y_m E_0^t \cdot e^{-\frac{z}{\delta}} \cdot e^{-i\frac{z}{\delta}} \right) \hat{y} \text{ , } \vec{E}_t = \left( E_0^t \cdot e^{-\frac{z}{\delta}} \cdot e^{-i\frac{z}{\delta}} \right) \hat{x} \text{ : גל עובר}$$

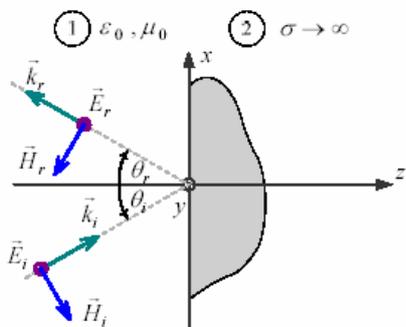
$$r \equiv \frac{E_0^r}{E_0^i} = \frac{Y_0 - Y_m}{Y_0 + Y_m} = \frac{Z_m - Z_0}{Z_0 + Z_m} \text{ : מקדם החזרה, } t \equiv \frac{E_0^t}{E_0^i} = \frac{2Y_0}{Y_0 + Y_m} = \frac{2Z_m}{Z_0 + Z_m} \text{ : מקדם העברה}$$

$$\vec{J}(z > 0) = \sigma \vec{E}_t e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-i\frac{z}{\delta}} \hat{x} \text{ : צפיפות זרם} \quad 1 - |r|^2 = \frac{\sigma \delta \eta_0}{2} |t|^2 \text{ : תנאי רציפות}$$

$$\vec{J} = 2Y_0 E_0^i \cdot \delta(z) \hat{x} \text{ : כיסוי זרם, } \vec{E}_1 = -2E_0^i j \sin(k_0 z) \text{ , } \sigma \rightarrow \infty (t \rightarrow 0, r \rightarrow -1) \text{ : עבור מוליכות אינסופית}$$

$$\vec{H}_1 = 2Y_0 E_0^i \cos(k_0 z)$$

**פגיעת גל מישורי במוליך מושלם:**



$$\vec{E}_r = -E_0 e^{-i(k_0 x \sin \theta - k_0 z \cos \theta)} \hat{y}$$

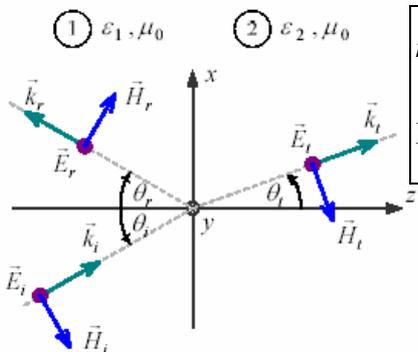
$$\vec{E}_1 = -2i E_0 e^{-ik_0 x \sin \theta} \sin(k_0 z \cos \theta) \hat{y}$$

$$\vec{H}_1 = \frac{E_0}{\eta_0} e^{-ik_0 x \sin \theta} \left\{ -2i \sin \theta \sin(k_0 z \cos \theta) \hat{z} - 2 \cos \theta \cos(k_0 z \cos \theta) \hat{x} \right\}$$

קיטוב מקביל:

$$\vec{E}_r = -\vec{E}_0 (\cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{z}) e^{-j(k_0 x \sin \theta - k_0 z \cos \theta)}$$

**פגיעת גל מישורי במשטח הפרדה בין שני חומרים דיאלקטיים:**



$$n_1 \equiv \sqrt{\epsilon_{r,1}}, \quad n_2 \equiv \sqrt{\epsilon_{r,2}}, \quad |\vec{k}_i| = |\vec{k}_r| \equiv k_1 = \frac{\omega}{c} n_1, \quad |k_t| = k_2 = \frac{\omega}{c} n_2 \text{ : הגדרות}$$

$$Y_1 \equiv Y_0 \cdot n_1, \quad Y_2 \equiv Y_0 \cdot n_2, \quad n \equiv \frac{n_2}{n_1}, \quad \omega_1 = \omega_2 = \omega \text{ (!תמיד)}$$

$$k_1 x \sin \theta_i = k_1 x \sin \theta_r = k_2 x \sin \theta_t \text{ : פאזה, } E_0^i + E_0^r = E_0^t \text{ : אמפליטודה}$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\theta_1 \equiv \theta_i = \theta_r, \quad \theta_2 \equiv \theta_t \text{ : חוק סנל}$$

עבור קיטוב ניצב:

$$r_{\perp} \equiv \frac{E_0^r}{E_0^i} = \frac{\cos \theta_1 - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}{\cos \theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}, \quad t_{\perp} \equiv \frac{E_0^t}{E_0^i} = \frac{2 \cos \theta_1}{\cos \theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}$$

עבור קיטוב מקביל:

$$r_{\parallel} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} - n^2 \cos \theta_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} + n^2 \cos \theta_1}, \quad t_{\parallel} = \frac{2n \cos \theta_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} + n^2 \cos \theta_1}$$

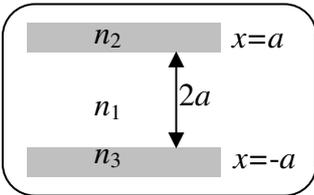
החלפה במישור מוליך מושלם במקרה של החזרה מלאה:

$$2k_1 d \cos \theta_1 + \pi = \psi \text{ : מרחק המשטח, } \psi = 2 \tan^{-1} \frac{n \sqrt{\sin^2 \theta_2 - 1}}{\cos \theta_1} \text{ : צבירת פאזה}$$

$$Z_{\perp} = \frac{\eta_0}{\cos \theta}, \quad Z_{\parallel} = \eta_0 \cos \theta \text{ : כאשר, } \frac{P_t}{P_i} = t^2 \operatorname{Re} \left( \frac{Z_i}{Z_L} \right) \text{ : הספקים}$$

**זוויות מיוחדות:**  
**זווית ברוסטר**  
 (רק עבור קיטוב מקביל):  
 $\tan \theta_B = n$   
**הזווית הקריטית**  
 (רק כאשר  $n_1 > n_2$ ):  
 $\sin \theta_c = n$

**פרוסה דיאלקטרית:**



תדר מנורמל  $v = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$   
 מקדם שבירה אפקטיבי  $n_{eff} = \frac{\beta}{k_0}$   
 הגדרות:

$p^2 \equiv \beta^2 - (n_2 k_0)^2 = k_0^2 (n_{eff}^2 - n_2^2)$   
 מקדמים:  $q^2 \equiv (n_1 k_0)^2 - \beta^2 = k_0^2 (n_1^2 - n_{eff}^2)$   
 $h^2 \equiv \beta^2 - (n_3 k_0)^2 = k_0^2 (n_{eff}^2 - n_3^2)$

משוואות הגלים:

השדה החשמלי:  $E(x) = \begin{cases} Ae^{-px} & x > a \\ Be^{-iqx} + Ce^{iqx} & -a \leq x \leq a \\ De^{hx} & x < -a \end{cases}$   
 השדה המגנטי:  
 $H_x = -\frac{\beta}{\omega\mu} E_y$ ,  $H_z(x) = \frac{i}{\omega\mu} \begin{cases} pAe^{-px} & x > a \\ iqBe^{-iqx} - iqCe^{iqx} & -a \leq x \leq a \\ -hDe^{hx} & x < -a \end{cases}$

$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - p^2 E = 0 \quad x > a$   
 $\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + q^2 E = 0 \quad -a \leq x \leq a$   
 $\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - h^2 E = 0 \quad x < -a$

משוואות שעל האופנים לקיים:  
 עבור אופנים זוגיים:  $\underbrace{ap}_y = \underbrace{aq}_x \tan(\underbrace{aq}_x)$   
 עבור אופנים אי-זוגיים:  $\underbrace{ap}_y = -\underbrace{aq}_x \cot(\underbrace{aq}_x)$   
 משוואת מעגל:  $\underbrace{(ap)}_{y^2}^2 + \underbrace{(aq)}_{x^2}^2 = v^2$

האופן הגבוה ביותר:  $M = \left\lfloor \frac{2v}{\pi} \right\rfloor$   
 מספר האופנים:  $N = M + 1 = \left\lfloor \frac{4a\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{\lambda_0} \right\rfloor + 1$   
 מקדם התפשטות מנורמל, קשר בין  $b$  ל  $v$ :  
 $\sqrt{1-b} \tan(\sqrt{1-b} \cdot v) = \sqrt{b}$ ,  $b = \frac{(ap)^2}{v^2} = \frac{n_{eff}^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}$   
 זווית הפגיעה, מקדמי התפשטות:  
 $\sin \theta_i = \frac{k_z}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}}$ ,  $k_z \equiv \beta = k_0 n_2$ ,  $k_x \equiv q = k_0 \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

בתדירות קטעון עבור אופן  $m$ :  
 תנאי הקטעון עבור האופן  $m$ :  
 $2ak_{0cut-off} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = m\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots$   
 $p = 0 \Rightarrow \beta = n_2 k_0 \Rightarrow q^2 = k_0^2 (n_1^2 - n_2^2) = \frac{v^2}{a^2}$   
 $\tan(2v) = 0, \quad \sin \theta_i = \sin \theta_c$   
 עבור פרוסה דיאלקטרית סימטרית ( $m=0$ ) תמיד מתקיים.

מקדם כליאה בפרוסה דיאלקטרית סימטרית:  $\Gamma \equiv \frac{\int_{-a}^a \text{Re}(E_y H_x^*) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \text{Re}(E_y H_x^*) dx} = 1 - \frac{\cos^2 aq}{1 + ap}$