

חדו"א 1

ממוצעים:

$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$	חשבוני	ממוצע
$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$	הנדסי	
$\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$	הרמוני	

אי-שוויון הממוצעים:

$$\left(\begin{matrix} \text{ממוצע} \\ \text{הרמוני} \end{matrix} \right) \leq \left(\begin{matrix} \text{ממוצע} \\ \text{הנדסי} \end{matrix} \right) \leq \left(\begin{matrix} \text{ממוצע} \\ \text{חשבוני} \end{matrix} \right)$$

תחומי הגדרה ופעולות:

תחום הגדרה	פ'	תחום הגדרה	פ'
R	$\sqrt[n]{a}$ אי-זוגי	$b \neq 0$	$\frac{a}{b}$
$1 \neq a > 0, x > 0$	$\log_a x$	$a \geq 0$	$\sqrt[n]{a}$ זוגי

→ הרכבת פ' : $f(x) \circ g(x) = f(g(x))$
 $g(x) \circ f(x) = g(f(x))$

→ פ' זוגית : $f(x) = f(-x)$ → פ' אי-זוגית : $f(x) = -f(-x)$

על סדרות:

M : חסם מלעיל : קיים $x \in C$ כך ש- $M \geq x$

m : חסם מלרע : קיים $x \in C$ כך ש- $m \leq x$

SUP : סופירמום : M הקטן ביותר

INF : אינפימום : m הקטן ביותר

גבול של סדרה : L גבול של $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ אם לכל $\varepsilon > 0$ קיים N טבעי כך שלכל $n \geq N$

$$|a_n - L| < \varepsilon$$

מאת עאמר סלאמה

זהויות וגבולות:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[n]{c} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = \frac{A - B}{\sqrt{A} + \sqrt{B}}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \infty \iff \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{t}{h(x)}\right)^{h(x)} = e^t$$

$\infty \leftarrow c > 1$ $0 \leftarrow c < 1$ $\times \leftarrow c = 1$	$\left. \begin{array}{l} \infty \leftarrow c > 1 \\ 0 \leftarrow c < 1 \\ \times \leftarrow c = 1 \end{array} \right\} \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = c$	<u>מבחן השורש</u>
$0 \leftarrow q < 1$ $\infty \leftarrow q > 1$ $\times \leftarrow q = 1$	$\left. \begin{array}{l} 0 \leftarrow q < 1 \\ \infty \leftarrow q > 1 \\ \times \leftarrow q = 1 \end{array} \right\} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right) = q$	<u>מבחן המונה</u>

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$x^{\log_x a} = a$$

$$\ln x^m = m \cdot \ln |x|$$

$$\ln e = 1$$

$$\log_x a^m = m \cdot \log_x a$$

הנגזרת:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(x^x)' = x^x (\ln x + 1)$$

$$(\ln x)' = \log' x = \frac{1}{x}$$

$$(\arctan x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

מאת עאמר סלאמה

מאת עאמר סלאמה

דף מס' 2 מתוך 5

דף מס' 2 מתוך 5

דף מס' 2 מתוך 5

דף מס' 2 מתוך 5

דף מס' 2 מתוך 5

דף מס' 2 מתוך 5

מאת עאמר סלאמה

דף מס' 3 מתוך 5

דף מס' 3 מתוך 5

$$(e^x)' = e^x$$

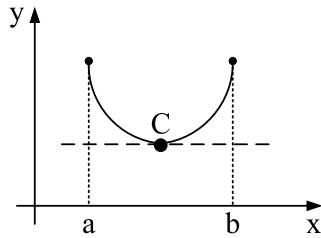
$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \log_a}$$

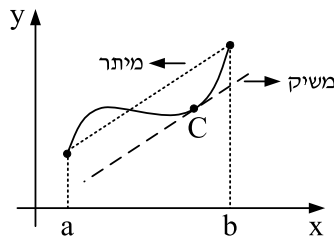
$$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

משפטים בסיסיים:

- פירמה: אם f גזירה בנקי a שהיא נקי קיצון לה, אזי בהכרח $f'(a) = 0$



- רול: תהי f רציפה ב- $[a, b]$ וגזירה ב- (a, b) . אזי קיימת נקי $C \in (a, b)$ כך ש- $f'(C) = 0$.



- לגרנג': f רציפה ב- $[a, b]$ וגזירה ב- (a, b) . אזי קיימת נקי $C \in (a, b)$ כך ש- $f'(C) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

- טיילור:

$$f(x) = f(a) + \frac{f^{(1)}(a)}{1!}(x-a) + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x)$$

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-a)^{n+1}$$

- פיתוח טורים שימושיים לפי טור מקלורין:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

$$\ln(x+1) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

$$(1+x)^m = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m(m-1) \cdot \dots \cdot (m-k+1)}{k!} x^k$$

דף מס' 3 מתוך 5

דף מס' 3 מתוך 5

מאת עאמר סלאמה

דף מס' 4 מתוך 5

דף מס' 4 מתוך 5

דף מס' 4 מתוך 5

דף מס' 4 מתוך 5

דף מס' 4 מתוך 5

דף מס' 4 מתוך 5

אינטגרלים :

$$\int \frac{1}{1+x^2} = \arctan(x) + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

שיטת ההצבה : אם $\int f(x) dx = F(x)$ לכן $\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = F(g(x)) + C$

$$\int_b^a y dx = -\int_a^b y dx$$

$$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot \ln |ax+b|$$

טורים :

1. $a_n \rightarrow 0 \Leftrightarrow$ מתכנס $\left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \right)$

2. $\left. \begin{array}{l} \text{מתכנס} \quad \alpha > 1 \\ \text{מתבדר} \quad \alpha \leq 1 \end{array} \right\} \sum \frac{1}{n^\alpha}$

3. בטורים חיוביים, לבדיקת התכנסות טור, בודקים התכנסות אינטגרל.

4. אם $\left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \right)$ מתכנס ו- $\frac{b_n}{a_n} \rightarrow L$ אזי $\left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n \right)$ מתכנס.

5. דיאלמברט) : אם $a_n > 0$ והגבול $\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} = L$ לכן :

$$\left. \begin{array}{l} \text{מתכנס} \quad L < 1 \\ \text{מתבדר} \quad L > 1 \\ \text{לא יודעים} \quad L = 1 \end{array} \right\}$$

6. (מ. השורש) : $\sum a_n$ טור גיאומטרי $(a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^n)$

$$\left. \begin{array}{l} \text{מתכנס} \quad m < 1 \\ \text{מתבדר} \quad m > 1 \\ \text{לא יודעים} \quad m = 1 \end{array} \right\} \lim \sqrt[n]{a_n} = m$$

מאת עאמר סלאמה

7. טור עם סימנים מתחלפים ואיברים שואפים לאפס מתכנס.

8. טור הרמוני $\left(\sum \frac{1}{n}\right)$ יורד מתכנס

9. טור חזקות $\left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot x^n\right)$: $\left. \begin{array}{l} \text{מתכנס} \quad |x| < 1 \\ \text{מתבדר} \quad |x| > 1 \end{array} \right\}$

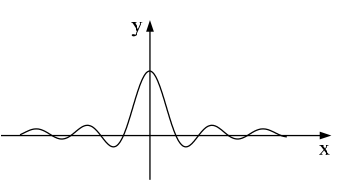
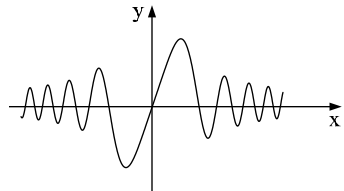
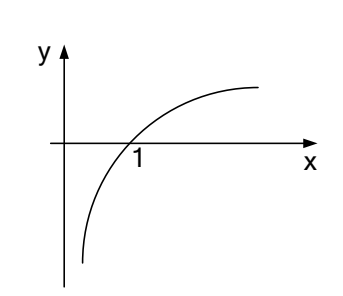
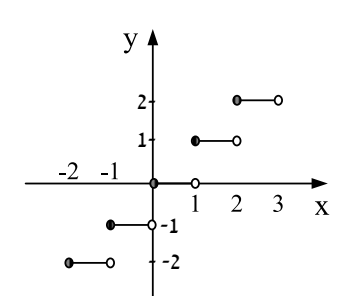
10. R הוא רדיוס ההתכנסות של טור החזקות $\left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot x^n\right)$.

והוא שווה ל- $\frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}}$

דוגמאות שימושיים לסדרות

- $\{(-1)^n\}$: סדרה חסומה ולא מתכנסת
- $\left\{K + (-1)^n \cdot \frac{1}{n}\right\}$: סדרה לא מונוטונית אבל מתכנסת ל- K
- $n \cdot (1 + (-1)^n)$: סדרה מתבדרת אך יש לה ת"ס מתכנסת

גרפים שימושיים

	$\frac{\sin x}{x}$		$\frac{1}{x} \cdot \sin(x^2)$
	$\log_e x$ $\log_{10} x$		$[x]$