

סיכום - מבוא להנדסת

תומרים

מספר קורס: 314535

חלק א'

Or.Tzafir@gmail.com

אביב 2007

קשרים בין אטומים

משיכה ודחייה בין אטומים

כוח: $F = F_A + F_R, F = \frac{dE}{dr}$

A – Attraction - משיכה

R – Repulsion - דחייה

פוטנציאל: $E = E_A + E_R = -\frac{A}{r^n} + \frac{B}{r^m}$

A, B – קבועים.

n, m – קבועים.

r – מרחק בין אטומים.

פוטנציאל קולומבי: $E_{\text{colum}} = -\frac{Z_1 Z_2 q^2}{4\pi \epsilon_0 r} + \frac{C}{r^8}$

z – מספר אטומי.

q – מטען אלקטרון

ϵ_0, C – קבועים

פוטנציאל ואן דר-ולס: $E_{\text{van}} = -\frac{A}{r^6} + \frac{B}{r^{12}}$

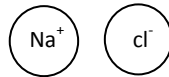
סוגי הקשרים:

1. **קשרים יוניים** – משיכה אלקטרו-סטטית בין מטענים חיוביים לשליליים.

$$E = -\frac{z_1 z_2 q^2}{4\pi \epsilon_0 r} + \frac{B}{r^8}$$

$$600 \text{ KJ/mole} < E < 1500 \text{ kJ/mole}$$

z_i - ערכיון של יון i.

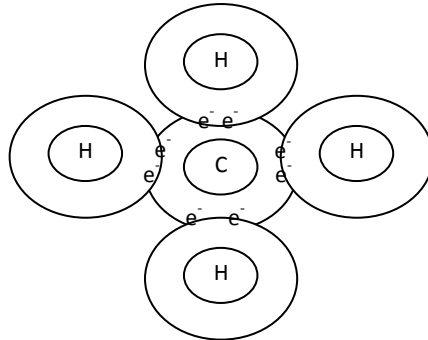


q – מטען האלקטרון (קבוע).

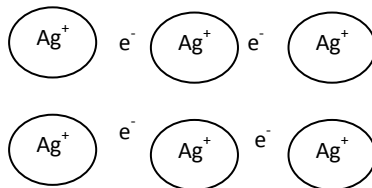
ϵ_0 - פרמטיביות של וקום (קבוע). ז"א באיזו מידה ניתן לטעון את החלל, באיזו מידה ניתן ליצור מידת פוטנציאל.

אין קשר 100% יוני, תמיד יהיה קשר בעל אחוז מסויים יוני, ואחוז מסויים קשר אחר. ולכן מדברים על אחוז/דרגת הקשר היוני (Degree of Ionicity). ואחוז זה נקבע ע"פ ההפרש בין האלקטרו-נגטיביות של 2 האלקטרונים המרכיבים את הקשר.

2. קשרים קוולנטיים – שיתוף של אלקטרונים בין ענני אלקטרונים של 2 אטומים סמוכים.



3. קשרים מתכתיים – יונים מתכתיים מסודרים בסריג בתוך ענן של e^- חופשיים. ואלקטרונים אלה מאפשרים מוליכות חשמלית.



4. קשרים משניים – כאשר מרכז המטענים החיובים אינו מתלכד עם מרכז המטענים השליליים, ואז נוצר דיפול ומכאן מומנט.

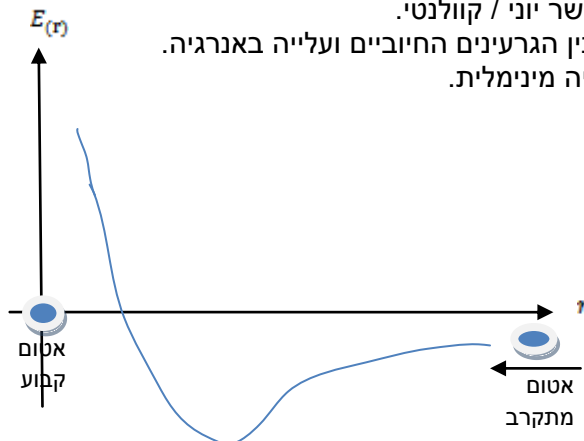
- דיפול מושרה – הדיפול נוצר כי עשיתי משהו. $7 \text{ KJ/mole} < E < 35 \text{ KJ/mole}$
- דיפול קבוע – יש דיפול כי זה נתון $35 \text{ KJ/mole} < E < 50 \text{ KJ/mole}$

$$E = -\frac{A}{r^6} + \frac{B}{r^{12}}$$

חוזק הקשר: קוולנטי < יוני < מתכתי < משני

עקומי הפוטנציאל הבין אטומי

עקב הפוטנציאל הבין אטומי נקרב אטום מהמרחק. במרחק לא ירגיש אחד את השני, וכשיתקרבו תהיה ירידה אנרגטית שנובעת מקשר יוני / קוולנטי. כשנקרב את האטומים יש דחייה בין הגרעינים החיוביים ועלייה באנרגיה. מכאן שיש נק' ש"מ r_0 שבו האנרגיה מינימלית.



חישוב נק' ש"מ r_0 ואנרגיית הקשר E_0

$$E_n = -\frac{A}{r} + \frac{B}{r^n}$$

1. $\frac{dE_n}{dr} = 0$

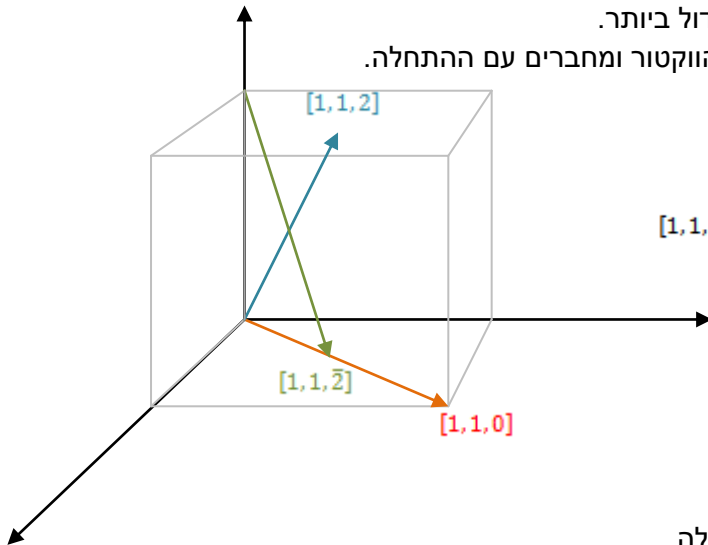
2. לפתור את המשוואה למצוא את המרחק ש"מ בין היונים r_0 .

3. הצבת r_0 בביטוי ל- E_n .

קריסטלוגרפיה

מציאת הכיוונים:

1. קובעים ראשית צירים
2. מחלקים את המציינים במספר הגדול ביותר.
3. מוצאים את הקורדינטה של סוף הווקטור ומחברים עם התחלה.



דג'

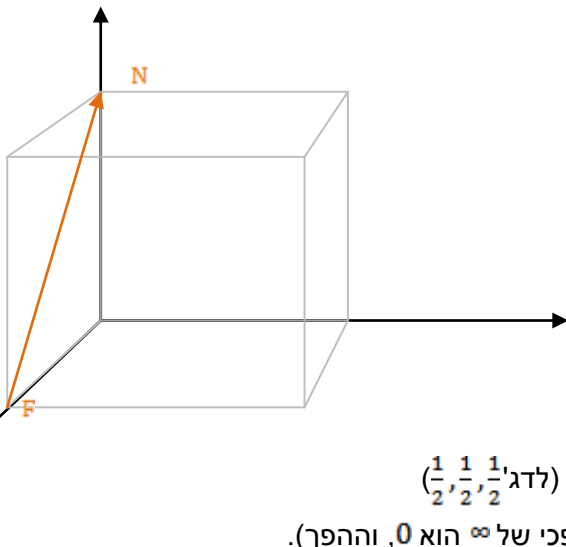
מציאת האינדקסים מתוך הקורדינטות:

1. נפחית בין קורדינטות הסוף להתחלה.
2. נכפיל את הערכים כדי לקבל מספר שלם.
3. נסדר בסוגריים מרובעים.

דג'

מ- F ל- N :

$$\text{סוף התחלה} \\ (0, 0, 1) - (1, 0, 0) = [1, 0, 1]$$



מציאת אינדקסים למישור:

1. מציאת נקודת החיתוך של המישור עם הצירים (לדג' $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$)
2. חישוב של ההופכי לנקודת (לדג' $(2, 2, 2)$) (ההופכי של ∞ הוא 0 , וההפך).
3. הכפלה במכנה הכי גדול, כדי שיהיה מספרים שלמים.
4. סידור בסוגריים עגולים $()$.

דרך נוספת:

מציאת 2 ווקטורים על המישור וביצוע מכפלה ווקטורית ביניהם. מקבלים אינדקסים של נורמל למישור שהם האינדקסים של המישור.

נוסחאות:

$$N_V = N_0 * \exp\left(-\frac{Q_V}{RT}\right)$$

מס' העדריות ליח' נפח: N_V
 מס' אתרי סריג ליח' נפח. N_0

Q_v – אנרגיית אקטיבציה ליצירת מול העדרויות.

T - טמפ', בקלווין.

R - קבוע הגזים.

$$\rho = \frac{n \cdot M_w}{V_{cell} \cdot N_{AV}} = \frac{\sum n_i M_i}{V \cdot N_{AV} [gr/cm^3]} \text{ צפיפות:}$$

M_i - מסה מולרית או משקל אטומי [gr/mol].

n_i – משקל אטומי.

N_{AV} - מספר אבוגדרו = $6.02 \cdot 10^{23}$ atom/mole

V_{cell} , V - נפח תא יח' = a^3 .

$$n = \frac{\rho \cdot N_{AV} \cdot V}{M} \text{ מס' אטמים בתא יח'}$$

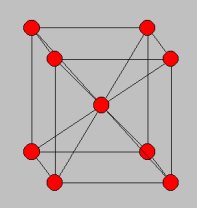
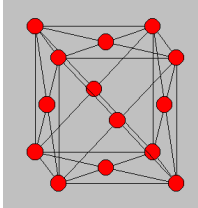
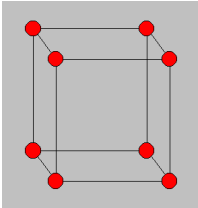
$$APF = \frac{V_s}{V_{cell}} = \frac{n_{atoms} \cdot V_{atom}}{a^3} = \frac{n_{atoms} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3}{a^3} \text{ צפיפות אריזה:}$$

V_s - נפח האטומים.

V_{cell} - נפח ת"י.

V_{atom} - נפח של כל אטום.

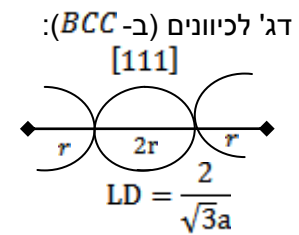
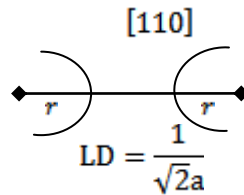
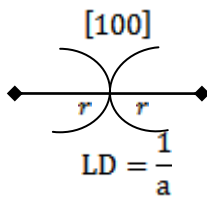
השוואה בין המבנים הקוביים

<u>BCC</u>	<u>FCC</u>	<u>SC</u>	סוג הקובי
			ציור הקובי
כמו SC בתוספת אטום אחד במרכז הקובי. $8 \cdot \frac{1}{8} + 1 = 2$	כמו SC בתוספת אטום אחד במרכז כל פאה. אשר חצי מנפחו כלול בנפח הקוביה. $8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4$	יש אטום בכל קודקוד קובי. $\frac{1}{8}$ מנפח כל אטום נמצא בתוך הקוביה. $8 \cdot \frac{1}{8} = 1$	מספר אטומים בתא יחידה
8 שכנים במרחק $\frac{\sqrt{3}}{2} a$ (חצי אלכסון פאה).	12 שכנים במרחק $\frac{\sqrt{2}}{2} a$ (חצי אלכסון ראשי).	6 שכנים במרחק a (צלע הקוביה).	מספר קואורדינצי ה – מס' השכנים הקרובים ביותר
הכיוון הצפוף ביותר: [111] לאורך האלכסון הראשי $\sqrt{3}a = 4r$	הכיוון הצפוף ביותר: [110] לאורך אלכסון הפאה $\sqrt{2}a = 4r$	הכיוון הצפוף ביותר: $a = 2r, [100]$	הקשר בין פרמטר השריג a לבין

			הרדיוס האטומי r
$PF = \frac{2 * \frac{4}{3} \pi r^3}{\left(\frac{4}{\sqrt{3}} r\right)^3} = \frac{\sqrt{3}\pi}{8} \approx 0.68$	$PF = \frac{4 * \frac{4}{3} \pi r^3}{\left(\frac{4}{\sqrt{2}} r\right)^3} = \frac{\sqrt{2}\pi}{6} \approx 0.74$	$PF = \frac{\frac{4}{3} \pi r^3}{(2r)^3} = \frac{\pi}{6} \approx 0.52$	מקדם האריזה האטומי $APF = \frac{V_{atoms}}{V}$

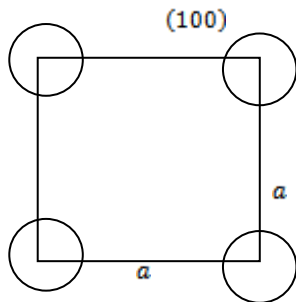
מצאת צפיפות קוויית (כיוון):

$$LD = \frac{\text{אורך שתופסים אטומים על גבי קו}}{\text{אורך קו}}$$



מצאת צפיפות מישורית:

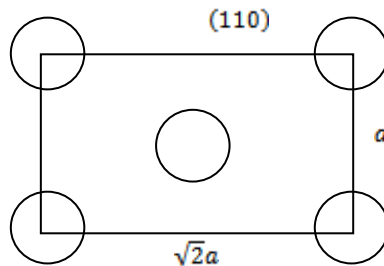
$$PD = \frac{\text{שטח שתופסים אטומים על גבי מישור}}{\text{שטח המישור}}$$



$$n = 4 * \frac{1}{4} = 1$$

$$S = a^2$$

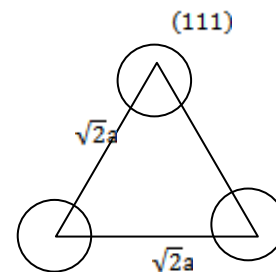
$$PD = \frac{1}{a^2}$$



$$n = 4 * \frac{1}{4} + 1 = 2$$

$$S = \sqrt{2}a^2$$

$$PD = \frac{2}{\sqrt{2}a^2} = \frac{\sqrt{2}}{a^2}$$



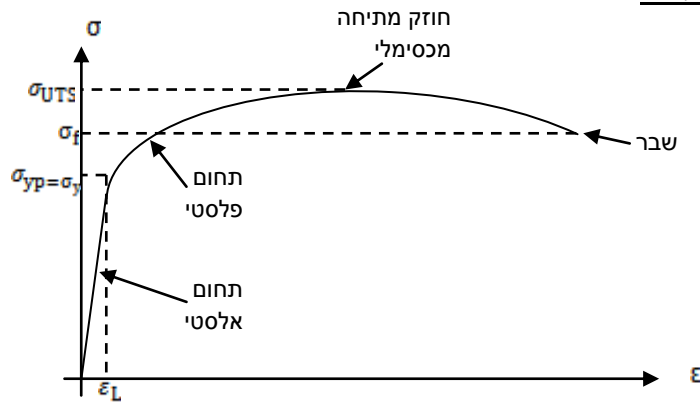
$$n = 3 * \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3} * a^2}{2}$$

$$PD = \frac{1}{\sqrt{3}a^2}$$

פגמים + תכונות מכניות

עקומת מאמץ – עיבור



נוסחאות:

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L_f - L_0}{L_0} \text{ : מעוות / עיבור הנדסי}$$

L_0 - אורך הדגם ההתחלתי.

L_f - אורך הדגם הסופי.

$$\epsilon_t = \frac{\Delta L}{L} = \ln \frac{L}{L_0} = \ln(1 + \epsilon) \text{ : מעוות / עיבור אמיתי}$$

L - אורך הדגם.

$$\sigma = \frac{F}{A_0} = \frac{F}{\pi r^2} [p_a = N/m^2] \text{ : מאמץ הנדסי}$$

F - עומס [N].

$A_0 = \pi r^2$ - שטח החתך ההתחלתי.

$$\sigma = E * \epsilon \text{ : מאמץ בתחום האלסטי}$$

E - מודול יאנג [GPa].

$$\sigma_t = \frac{F}{A} = \sigma(1 + \epsilon) = K * \epsilon_t^n \text{ : מאמץ אמיתי}$$

K, n - קבועים.

בנקודת ה-UTS מתקיים: $\epsilon_t = n$

$$\nu = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\frac{\frac{d_d}{d_0}}{\frac{\Delta L}{L_0}} \text{ : מקדם פואסון}$$

ϵ_y - עיבור ניצב לכיוון המתיחה.

ϵ_x - עיבור מקביל לכיוון המתיחה.

d - קוטר.

L - אורך הדגם.

$$\tau = G * \gamma$$

G - מודול גזירה.

γ - מעוות בניסוי גזירה.

$$G = \frac{E}{2*(1+\nu)}$$

$$W = \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} \sigma * d\epsilon$$

מציאת עיבור אלסטי ועיבור שיעורי

נניח מפעילים על דגם עומס F (מעבר לחלק האלסטי) ואז עוזבים אותו. אז אפשר לחלק את העיבור לעיבור אלסטי ועיבור שיעורי.

פיתרון:

קודם כל מחשבים את המאמץ בעומס הנתון:

$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

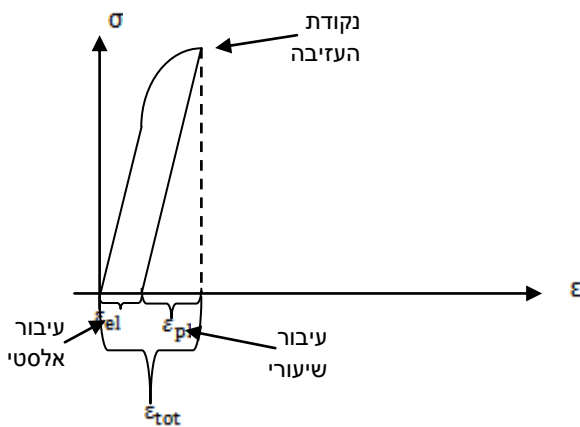
ע"פ הגרף מוצאים את העיבור הכולל.

מציאת העיבור האלסטי:

$$\epsilon_{el} = \frac{\sigma}{E}$$

ואז ניתן למצוא את העיבור השיעורי ע"י הנוסחה:

$$\epsilon_{tot} = \epsilon_{el} + \epsilon_{pl}$$



העדרויות

$$\frac{n}{N} = \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right)$$

n – מספר העדרויות ביחידת נפח.

$$N - \text{מספר אתרים (אטומים) ליחידת נפח} = \left(\rho = \frac{n \cdot M_w}{V_{cell} \cdot N_{AV}}\right) \frac{n}{V_{cell}}$$

• n – מספר אטומי.

• V_{cell} - נפח.

• M_w – משקל מולקולרי.

• N_{AV} - מספר אבוגדרו.

Q - אנרגיית אקטיבציה ליצירת העדרויות.

T - טמפ' (בקלווין).

R - קבוע הגזים.

פגם חדירה או החלפה?

קיים קובי של אטומי X, ומקבלים קואורדינאטה שבה אמור להיכנס אטום Y. צריך לבדוק האם בקואורדינאטה הנתונה קיים כבר אטום X או שאין שם כלום ואז יש מקום לאטום Y.

במידה ויש מקום אז זה **פגם חדירה**, ובמידה וכן קיים שם אטום X אז זה **פגם החלפה**.

האם נגרם עיוות מהאטום החדש?

צריך בעצם לבדוק האם לאטום Y יש מספיק מקום, אם אין מספיק מקום אז נוצר עיוות.

לוקחים את הכיוון הכי צפוף שאטום Y עובר דרכו ומחשבים את אורכו. אח"כ מחשבים את קוטר אטום Y ומוסיפים לזה את מספר רדיוסי אטום X שנכנסים בכיוון הנבחר.

אם הערך הנ"ל גדול מאורך הכיוון אז נוצר עיוות.

גורמים המשפיעים על עקום מעוות – מאמץ



1. **טמפ'** – ככל שהטמפ' גבוהה יותר כך תנועת הנקעים קלה יותר, והחומר משיך יותר באותו מאמץ. ז"א שירידה בטמפ' גורמת לירידה במשיכות והחומר הופך לקשיח יותר.

$$T \uparrow \Rightarrow \sigma_y \downarrow$$

2. **השפעת קצב העיבור** $\dot{\epsilon}$ – ככל שקצב העיבור גבוהה יותר, כך הנקעים פחות מספיקים להגיב לעיבור, ולכן הוא מתנהג בצורה פריכה יותר.

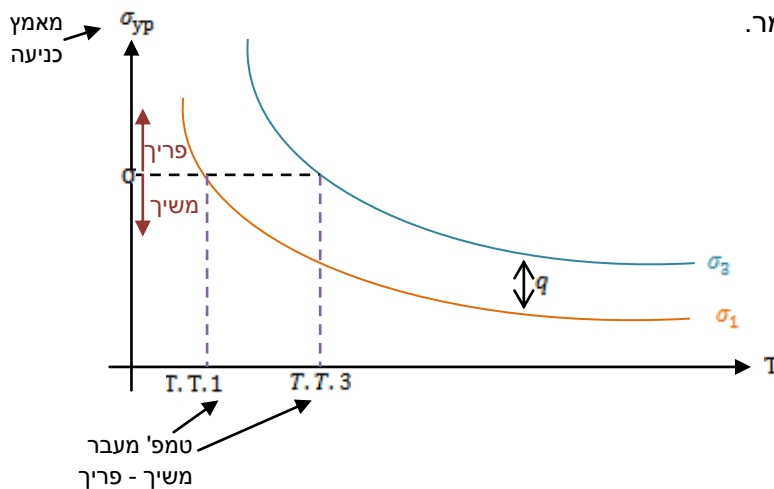
$$\dot{\epsilon} \uparrow \Rightarrow \sigma_y \uparrow$$

3. **מאמץ תלת צירי** σ_3 – חריצים ואי-רציפויות גורמים ליצירת מאמצים תלת צירים באזור החריץ, כאשר החומר נתון תחת מאמץ מתיחה חד-צירי.

$$\sigma_3 = q * \sigma_1, \quad q > 1$$

מאמץ לתל צירי או חריצים גורמים לירידה במשיכות החומר בגלל יצירת מאמץ תלת צירי, ז"א שהחומר נשבר מהר.

4. **טמפ' + מאמץ תלת צירי** – נוכחות של אי רציפויות וחריצים גורמת ליצירת מאמצים לתל צירים. ← תזוזה טמפ' מעבר משיך – פריך לטמפ' גבוהה יותר ← המצב מסוכן יותר להתנהגות פריכה של החומר.

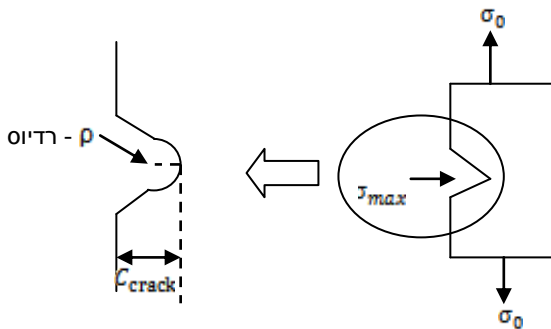


שבר

הגדרות:

- **שבר פריך** – מתרחש באופן מיידי, ללא דפורמציה פלסטית.
 - **שבר משיך** – מתרחש בחלק הפלסטי של העקום, עקב דפורמציה פלסטית.
- קל יותר לקדם סדק כאשר רדיוס שורש החריץ קטן יותר, כלומר הסדק חד יותר, ואנרגיה לשבר קטנה יותר.

קשר בין מאמץ בקצה סדק אליפטי, לפרמטרים של הסדק



$$\sigma_{max} = 2\sigma_0 \left(\frac{c}{\rho}\right)^{1/2}$$

- σ_0 - מאמץ מתיחה חיצוני.
- σ_{max} - מאמץ מקסימלי בשורש החריץ.
- c - אורך החריץ / סדק.
- סדק פנימי: $\frac{1}{2}c$
- סדק חיצוני: c
- ρ - רדיוס בשורש החריץ.

תיאורית Griffith לשבר פריך

מקדם ריכוז מאמצים: $K = \sigma\sqrt{\pi c} [MPa\sqrt{m}]$

מקדם חסינות השבר (קבוע של החומר): $K_c = \sigma_{coh}\sqrt{\pi c} = \sigma_{cr}\sqrt{\pi c_{cr}}$

σ_{coh} – החוזק הקוהזיבי, חוזק הקשר בין האטומים.

אם מתקיים: $K > K_c$, אזי יש שבר.

מאמץ לשבר: $\sigma_f = \frac{K_c}{\sqrt{\pi c}}$

מאמץ קריטי לשבר פריך: $\sigma_{cr} = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi c}}$

γ - אנרגיה לפני שטח (האנרגיה הדרושה להפריד שתי שכבות של חומר).

התיקון לתיאוריה של Griffith, במקרה של שבר שאינו פריך לגמרי:

$$\gamma = \gamma_s + \gamma_p$$

γ_s - אנרגיה משטחית.

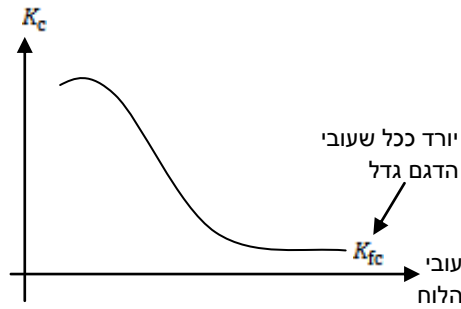
γ_p - תוספת פלסטיות.

$$\sigma_{cr} = \sqrt{\frac{2(\gamma+p)E}{\pi c}} \text{ קריטריון אורואן:}$$

איזה סדק לבחור כאשר יש מס' סדקים

- אם הסדק בכיוון המתיחה אז ניתן להתעלם ממנו.
- לוקחים את האורך של הסדק/ים פנימי/ים ומחלקים אותם פי 2. ואז לוקחים את שלל הערכים (חיצוני + פנימיים) ובחרים את הערך הכי גדול.

עקומת K_c -עובי הלוח

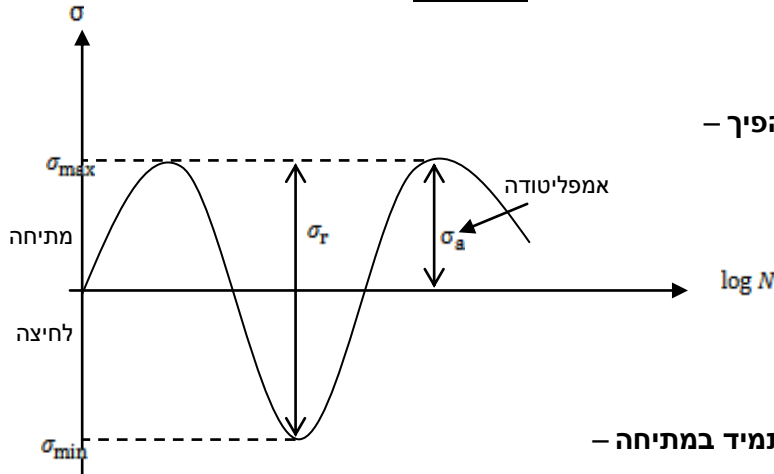


שבר משיך או פריך?

צריך לחשב את σ_f (מאמץ לשבר) ואם מתקיים:

- $\sigma_f < \sigma_f$ ← שבר פריך.
- $\sigma_f > \sigma_f$ ← שבר משיך.

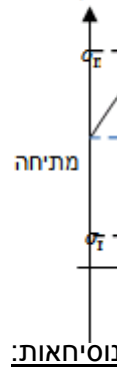
התעיפות



סוגי מחזורים:

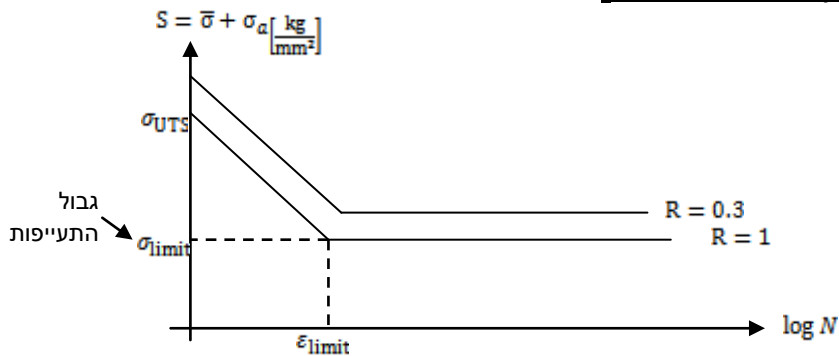
1. מחזור סינבאלי הפוך –
 $|\sigma_{max}| = |\sigma_{min}|$
 $\bar{\sigma} = 0$

2. מחזור סינבאלי תמיד במתיחה –
 $|\sigma_{max}| \neq |\sigma_{min}|$
 $\bar{\sigma} \neq 0$



מאמץ ממוצע: $\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$
 אמפליטודה: $\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$
 $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$ יחס הקובע את סוג העמסה בניסוי:
 $\sigma_r = 2\sigma_a = \sigma_{max} - \sigma_{min}$ טווח:

עקומת S-N (Stress – Number of cycles)

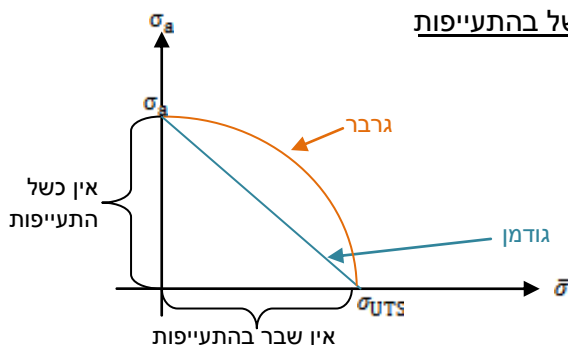


דיאגרמת גודמן וגרבר לקביעת תנאי הכשל בהתעיפות

שבר מתקיים כאשר מתקיים:

$$\sigma_a \geq \sigma_L \left[1 - \left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{UTS}} \right)^n \right]$$

- גודמן: $n = 1$
- גרבר: $n = 2$



השפעת פרמטרים שונים על עמידות החומר בהתעייפות

1. **גודל הדגם וצורת האי רציפות**

- צפוי שדגם קטן יותר יציג עמידות גבוהה יותר בפני התעייפות (בגלל הסיכוי הנמוך יותר למצוא בו פגמים גדולים).
- ככל שהפגמים / סדקים / אי הרציפיות חדים יותר (רדיוס שורש הסדק / חריץ) העמידות התעייפות נמוכה יותר.

2. **טיב פני השטח**

שיפור טיב פני השטח.

חוק מיינר – משנים תנאים במשך הניסוי

יתרחש כשל כאשר:

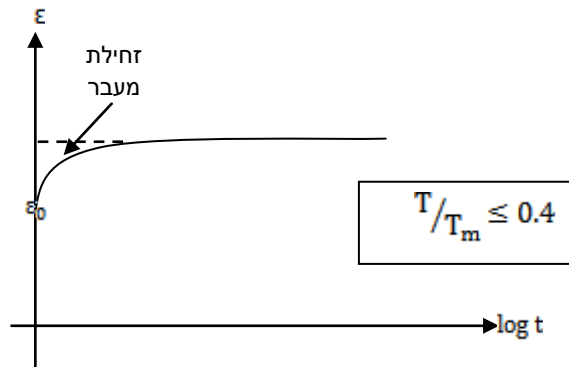
$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_i}{N_i} = 1$$

n_i - מספר המחזורים שבוצעו בעומס נתון, $t_{i[\min]}$, $n_i = S_i [\text{cycles}/\text{min}] * t_{i[\min]}$.

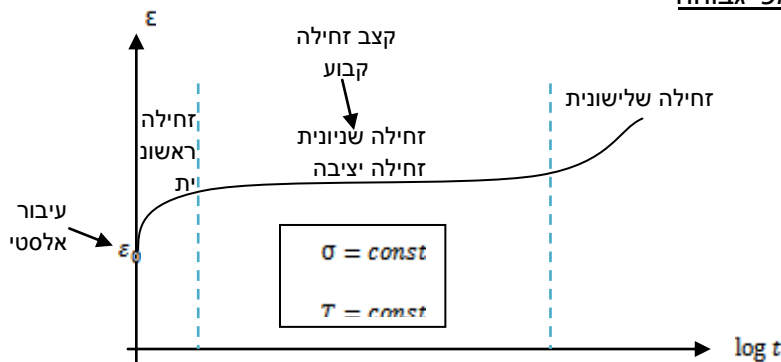
N_i - מספר מחזורים מותר בעומס נתון (אפשר למצוא ע"פ עקומת S-N).

זחילה - Creep

עקומת עיבור – זמן בטמפ' נמוך



עקומת עיבור-זמן בטמפ' גבוהה



מנגנוני זחילה

- **זחילת מעבר** $T/T_m \leq 0.4$ - התרחבות של נקעים בדפורמציה פלסטית. ← הקשיים מעוותים ← עצירת המשך דפורמציה בגלל שהטמפ' נמוכה מדי מלאפשר שחרור נקעים זה מזה.
- **זחילה יציבה** – קצב התרבות והסתבכות הנקעים מתאזן עם קצב שיחרור הנקעים זה מזה, בגלל התרומה של האנרגיה התרמית: קצב זחילה קבוע.
- **זחילה שלישונית** – שטח החתך יורד לערך כזה שהמאמץ גבוהה מידי מחוזק העליון של החומר, ואז נוצר צוואר והחומר נקרע.

נוחסאות:

$$\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt} = A * \sigma^n * \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right)$$

A – קבוע

σ – מאמץ

n - אקספוננט המאמץ, $n = 1 + 4$.

$T_{[K]}$ - טמפ'

Q - אנרגיית אקטיבציה לזחילה.

R – קבוע הגזים.

עבור מאמץ קבוע:

$$\frac{\dot{\epsilon}_1}{\dot{\epsilon}_2} \Rightarrow Q = \frac{R * \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}_1}{\dot{\epsilon}_2}\right)}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}}$$