

מבוא:

Q[U] כמות האנרגיה תרמית המועברת במשך פרק זמן Δt > 0.
q[W/m^2] מעבר אנרגיה תרמית ליחידת זמן.
q[W/m^2] מעבר אנרגיה תרמית ליחידת זמן ויחידת שטח (שטח שעובר בו חום).

Conduction:
Fourier's Law -> q = -k ∇T
q = q \* A
Convection:
Newton's law of cooling -> q = h(T\_s - T\_∞)

קצב ייצור החום: q̇ = q / V [W/m^3]

k מוליכות תרמית: היא תכונה של החומר המראה את יכולת החומר להעביר אנרגיה תרמית ע"י הולכת חום [W/mK].

קרינה

מעבר חום בין גז לבין משטח: פליטה E מהמשטח ובליעת הקרנה G מהסביבה.
בנוסף מעבר חום ע"י הסעה (T\_s ≠ T\_∞).

E = εE\_b = εσT\_s^4
~הספק פליטה: E [W/m^2]
~פליטות (surface emissivity): ε -> (0 ≤ ε ≤ 1)

~הספק פליטה של גוף שחור: ε = 1 -> E\_b [W/m^2]
~קבוע של סטפן בולצמן: σ [5.67 \* 10^-8 (W/m^2 K^4)]

~הקרנה נבלעת: G\_abs [W/m^2]
~בלעיות (surface absorptivity): α -> (0 ≤ α ≤ 1)

~הקרנה: G [W/m^2]
~הסעה: משטח קטן בטמפר' T\_s שמוקף ע"י משטח גדול בטמפר' T\_∞
G = G\_sur = σT\_sur^4
כאשר α = ε שטף חום נטו בקרינה עבור המשטח הקטן יהיה:

q\_rad = εE\_b(T\_s) - αG = εσ(T\_s^4 - T\_∞^4)
ניתן לכתוב: q\_rad = h\_r(T\_s - T\_∞)

h\_r מקדם מעבר חום בקרינה.
לפתרון הבעיות האלה משתמשים בניסוי וטעיה.

חוק פורייה: הוא משוואת קצב המאפשרת חישוב שטף חום בהולכה כאשר פילוג הטמפר' בתוך החומר ידוע.

\* מעבר חום בכיוון של טמפר' יורדת (סימן -).

\* שטף חום הוא בניצב לקווים שווי טמפר'.

קצב הולכת חום עבור הולכת חום רדיאלית, 1-D בגליל או כדור.

גליל: q\_r = A\_r q\_r = 2πrLq\_r [W]
q\_r = A\_r q\_r = 4πr^2 Lq\_r [W]
כדור:

משוואת הולכת חום:

∇ · q = ρc\_p ∂T / ∂t
∂ / ∂x (k ∂T / ∂x) + ∂ / ∂y (k ∂T / ∂y) + ∂ / ∂z (k ∂T / ∂z) + q̇ = ρc\_p ∂T / ∂t

מערכת קרטזית:

a \* מעבר נטו של אנרגיה תרמית לנפח בקרה (אנרגיה נכנסת - אנרגיה יוצאת)
b \* ייצור אנרגיה תרמית.
c \* שינוי באנרגיה תרמית ששמורה בתוך הנפח.

מערכת גלילית:

1/r ∂ / ∂r (kr ∂T / ∂r) + 1/r^2 ∂ / ∂φ (k ∂T / ∂φ) + ∂ / ∂z (k ∂T / ∂z) + q̇ = ρc\_p ∂T / ∂t

מערכת כדורית:

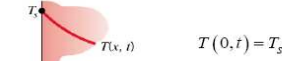
1/r^2 ∂ / ∂r (kr^2 ∂T / ∂r) + 1/r^2 sin^2 θ ∂ / ∂φ (k ∂T / ∂φ) + 1/r^2 sin θ ∂ / ∂θ (k sin θ ∂T / ∂θ) + q̇ = ρc\_p ∂T / ∂t

הולכת חום: 1-D, תכונות קבועות ללא היווצרות אנרגיה: ∂^2 T / ∂x^2 = 1 / α ∂T / ∂t
דיפוזיות תרמית: α = k / (ρc\_p) [m^2 / sec]
היא מדד המראה את יכולת החומר להגיב לשינויים תרמיים.

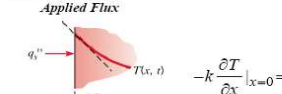
תנאי שפה ותנאי התחלה:

המשוואה דורשת שני תנאי שפה ותנאי התחלה אחד. תנאי התחלה הוא פילוג התחלתי של הטמפרטורה. תנאי שפה אפשריים הם:

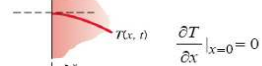
טמפרטורה קבועה של השטח



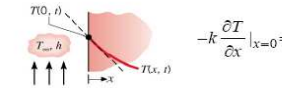
שטף חום קבוע Applied Flux



Insulated Surface (בידוד)



הסעה

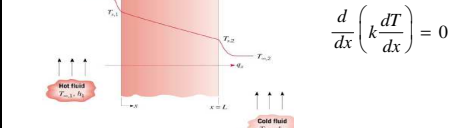


הולכה חד מימדית במצב תמידי ללא ייצור אנרגיה תרמית

אנליזה של בעיית הולכת חום

לרשום את הצורה הנכונה של משוואת החום.
\* לפתור עבור פילוג טמפרטורה.
\* לחשב את שטף החום בעזרת חוק פורייה.

# קיר מישורי (תלוי בכיוון x בלבד) בין שני נוזלים בטמפר' שונה:
משוואת חום: d/dx (k dT/dx) = 0



תייש: T(0) = T\_{s,1}, T(L) = T\_{s,2}
פילוג הטמפר' k קבוע: T(x) = T\_{s,1} + (T\_{s,2} - T\_{s,1}) \* x / L

שטף חום וקצב מעבר חום:
q\_x = -k dT/dx = k/L (T\_{s,2} - T\_{s,1})
q\_x = -kA dT/dx = kA/L (T\_{s,2} - T\_{s,1})

התנגדויות תרמיות R\_t = ΔT / q
נגדים תרמיים)
הולכת חום בקיר מישורי: R\_{t,cond} = L / (kA)

הסעה: R\_{t,conv} = 1 / (hA) = (T\_s - T\_∞) / q\_x

מעגל תרמי עבור קיר מישורי המפריד בין שני נוזלים:
R\_{tot} = 1 / (h\_1 A) + L / (kA) + 1 / (h\_2 A)

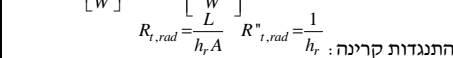


התנגדות תרמית ליח' שטח: R\_{t,cond} = L / (kA)
R\_{t,conv} = 1 / (hA)

Units: R\_t ↔ [K/W]
R\_{t,rad} = 1 / (h\_r A)
R\_{t,c} = (T\_A - T\_B) / q\_x

התנגדות מגע: R\_{t,c} = (T\_A - T\_B) / q\_x

קיר מורכב (התנגדות מגע זניחה):



q\_x = (T\_{∞,1} - T\_{∞,4}) / Σ R\_i

לקירות מורכבים לעיתים קרובות נוה להגדיר מקדם מעבר חום כולל U כך שקצב מעבר החום יהיה: q\_x = UAΔT\_{overall}



הנחה: הטמפר' שניצבים לציור x הם איזותרמיים

הנחה: הטמפר' המקבילים לציור x הם אדיאטיים

# קיר גלילי: משוואת חום: 1/r ∂ / ∂r (kr ∂T / ∂r) = 0
תייש: T(r\_1) = T\_{s,1}, T(r\_2) = T\_{s,2}

פילוג הטמפר' (k קבוע): T(r) = (T\_{s,1} - T\_{s,2}) / ln(r\_2/r\_1) \* ln(r/r\_1) + T\_{s,2}

שטף חום: q\_r = 2πrLq''\_r = -k2πrL dT/dr = 2πrL \* (k / (r ln(r\_2/r\_1))) \* (T\_{s,1} - T\_{s,2})

R\_{t,cond} = ln(r\_2/r\_1) / (2πLk) [K/W]
R\_{t,conv} = ln(r\_2/r\_1) / (2πk) [mK/W]

אם U מוגדר כביטוי של השטח הפנימי: A\_1 = 2πr\_1 L

U = 1 / (1/h\_1 + r\_1 ln(r\_2/r\_1) / k + 1/h\_2 + r\_2 ln(r\_3/r\_2) / k + 1/h\_3)

# קליפה כדורית: משוואת חום: 1/r^2 ∂ / ∂r (kr^2 ∂T / ∂r) = 0
תייש כדור חלול: T(r\_1) = T\_{s,1}, T(r\_2) = T\_{s,2}

פילוג הטמפר' (k קבוע): T(r) = T\_{s,1} - (T\_{s,1} - T\_{s,2}) \* (1 - (r\_1/r)) / (1 - (r\_1/r\_2))

קצב מעבר חום: q\_r = 4πr^2 q''\_r = (4πk / ((1/r\_1) - (1/r\_2))) \* (T\_{s,1} - T\_{s,2})

R\_{t,cond} = ((1/r\_1) - (1/r\_2)) / (4πk)

קליפה מורכבת: UA = R\_{tot}^{-1} ↔ Constant

U\_i = (A\_i R\_{tot})^{-1} ↔ Depends\_on\_A\_i

הולכה חד מימדית במצב תמידי עם ייצור אנרגיה תרמית

מדובר במקור מקומי (ליח' נפח) של אנרגיה תרמית עקב המרת אנרגיה בחומר מוליך. ייצור חום משיפוע על פילוג הטמפר' בתוך החומר כך שקצב מעבר חום q תלוי במיקום.

לא ניתן להשתמש בשוואת פורייה. גליל עם ייצור אנרגיה: 1/r ∂ / ∂r (kr ∂T / ∂r) + q̇ = 0 -> T(r) = -q̇ r^2 / (4k) + C\_1 ln(r) + C\_2

הולכה בצלעות: התיקנות צלעות באה בכדי לשפר את מעבר החום באמצעות הגדלת שטח הפנים, יעיל במיוחד כאשר מקדם מעבר החום h הינו קטן, כגון בגזים או בעבור הסעה חופשית.

משוואת הולכת חום לצלע כללית: d^2 T / dx^2 + (1/A) dA/dx dT/dx - (h dA\_c / (kA\_c dx)) (T - T\_∞) = 0

צלעות בעל שטח חתך קבוע: A\_c → const, A\_x = Px → P = dA\_c / dx
צלעות בעל שטח חתך משתנה: d^2 θ / dx^2 - m^2 θ = 0

פתרון כללי: θ = C\_1 exp(mx) + C\_2 exp(-mx)
תייש: θ(0) = T\_b - T\_∞ = θ\_b = C\_1 + C\_2

בקצה הצלע: Convection -> -kdθ/dx|\_{x=L} = hθ(L); (x=L)
Adiabatic -> dθ/dx|\_{x=L} = 0
Fixed temperature -> θ(L) = θ\_L
Infinite fin: (mL > 2.65) -> θ(L) = 0

כמות החום הנכנסת דרך בסיס הצלע: q\_f = -kA\_c dθ/dx|\_{x=L} = ∫\_{A\_f} hθ(x) dA\_x

יעילות ונצילות צלעות: יתרון להעריך ביצועים של צלעות ע"י חישוב של יעילות ונצילות של צלע.

\* יעילות הצלע מוגדרת כיחס של קצב מעבר חום עם הצלע לקצב מעבר חום בלי הצלע. ε\_f = q\_f / q\_{f,max}

מקרה פשוט של צלע אינסופית עם שטח חתך קבוע מקבלים: ε\_f = (sqrt(hPkA\_c) θ\_b) / (hA\_c θ\_b) = sqrt(Pk) / (hA\_c θ\_b)

נצילות צלע: η\_f = tanh mL\_c / mL\_c, η\_f = q\_f / q\_{f,max} = hA\_c θ\_b / (hA\_c θ\_b)

Rectangular -> L\_c = L + t/2, Pin\_Fins -> L\_c = L + D/4

התנגדות תרמית של צלע: R\_{t,f} = θ\_b / q\_f = 1 / (sqrt(hPkA\_c))

שטח חתך הצלע בבסיס: A\_{c,b} \*
שטח מעטפת של הצלע: A\_{c,f} \*

צלעות בעלות שטח חתך משתנה: ניתוח צלעות עם שטח חתך משתנה הוא יותר קשה, אבל לפעמים גם בעבורם ניתן לקבל פתרון אנליטי לפילוג הטמפר' בעזרת נצילות הצלע ניתן להעריך את ההתנגדות התרמית של הצלע.

מעמד צלעות: η\_o = q\_t / q\_{max} = q\_t / (hA\_o θ\_b)

נצילות כוללת של מעמד צלעות: η\_o = 1 - (NA\_f / A\_t) (1 - η\_f)

התנגדות תרמית של מעמד צלעות: R\_{t,o} = θ\_b / q\_t = 1 / (hA\_o η\_o)



Fouling בצד הקר.  $(\eta_{f,c})$  היא נצילות של המעדר צלעות:

$\eta_o = 1 - \frac{NA_f}{A} (1 - \eta_f)$ 
 $\frac{1}{UA} = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{R_{f,i}}{A_i} + \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi k L} + \frac{R_{f,o}}{A_o} + \frac{1}{h_o A_o}$

החלפת חום בין נוזל חם h ונוזל קר c:

$q = \dot{m}_h c_p h (T_{h,i} - T_{h,o})$ 
 $q = \dot{m}_c c_p c (T_{c,o} - T_{c,i})$ 
 $C_{h,c} \rightarrow \text{Heat\_capacity\_rates}$

אנליזת מחליפי חום:

The Log Mean Temperature Difference (LMTD) Method
חוק ניוטון עבור מחליפי חום:  $q = UA \Delta T_{lm}$

$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)}$

מחליפי חום סגוג מחליפי החום:

$\Delta T_1 = T_{h,1} - T_{c,1} = T_{h,i} - T_{c,o}$ 
 $\Delta T_2 = T_{h,2} - T_{c,2} = T_{h,o} - T_{c,i}$ 
 $\Delta T_1 = T_{h,1} - T_{c,1} = T_{h,i} - T_{c,i}$ 
 $\Delta T_2 = T_{h,2} - T_{c,2} = T_{h,o} - T_{c,o}$

The Effectiveness - NTU Method

שיטת LMTD היא שיטה נוחה כאשר טמפ' כניסה ויציאה ידועים. לעומת זאת כאשר רק טמפ' הכניסה ידועות, שיטת LMTD הופכת לחישוב איטרטיבי יותר נוח להשתמש בשיטת (Number of transfer units) NTU.

יעילות של מחליפי החום:  $\epsilon = \frac{q}{q_{max}}$ 
 $0 \leq \epsilon \leq 1$

כאשר  $q_{max}$  הוא קצב מעבר החום המקסימלי שניתן להשיג במחליפי חום:

$q_{max} = C_{min}(T_{h,i} - T_{c,i})$ 
 $C_{min} = \begin{cases} C_h & \text{if } C_h < C_c \\ C_c & \text{if } C_c < C_h \end{cases}$

קצב מעבר החום:

$\epsilon = \frac{q}{q_{max}}$ 
 $q_{max} = C_{min}(T_{h,i} - T_{c,i})$ 
 $NTU = \frac{UA}{C_{min}}$

שימוש בשיטת NTU כאשר לא ידועה טמפ' היציאה:

$\epsilon = \frac{T_{h,i} - T_{h,o}}{T_{h,i} - T_{c,i}}$ 
 $\Rightarrow \frac{T_{h,i} - T_{h,o}}{T_{h,i} - T_{c,i}} = \exp\left(-NTU \left(1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}\right)\right)$

יעילות מחליפי חום:

$\epsilon = \begin{cases} 1 + C_r + \sqrt{1 + C_r^2} & \text{for } NTU \sqrt{1 + C_r^2} < 1 \\ \frac{1 + \exp(-NTU \sqrt{1 + C_r^2})}{1 - \exp(-NTU \sqrt{1 + C_r^2})} & \text{for } NTU \sqrt{1 + C_r^2} > 1 \end{cases}$

ואז אם מחפשים את הטמפרטורות הסופיות:

$q = C_h (T_{h,o} - T_{h,i})$ 
 $q = C_c (T_{c,o} - T_{c,i})$

Concentric\_tube
Parallel\_flow  $\Rightarrow \epsilon = \frac{1 - \exp(-NTU(1+C_r))}{1+C_r}$

Counter\_flow  $\Rightarrow \epsilon = \frac{1 - \exp(-NTU(1+C_r))}{1 - C_r \exp(-NTU(1+C_r))}$ 
 $\epsilon = \frac{NTU}{1+NTU} \quad C_r = 1$

All\_exchangers (C\_r=0)  $\Rightarrow \epsilon = 1 - \exp(-NTU)$ 
אם הזרם החם קיטור בקליפה-עיבוי (מעבר פאה):

$q = h_{fg} \cdot \dot{m}_h$ 
כדי למצוא טמפ' סופיות של הצד הקר נשתמש בשימור אנרגיה והנוסחה הסופית:  $h_{fg} \cdot \dot{m}_h = c_{p,c} \dot{m}_c (T_{c,o} - T_{c,i})$ 
מעבר חום בהסעה דרך צינורות מחליפי החום שווה לחום שווה לחום שאבד לקיטור שמעברתו לכן  $h_{fg} \cdot \dot{m}_h = UA \Delta T_{lm}$ 
שטח מעבר חום גדול מאוד:  $A \rightarrow \infty \Rightarrow UA \rightarrow \infty \Rightarrow NTU \rightarrow \infty$

מספר נוסל:  $\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h dx \rightarrow \bar{Nu}_L = \frac{1}{3} Nu_L$

$Nu_x = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \cdot \frac{g(\text{Pr})}{(0.609+1.221\text{Pr}^{1/2}+1.238\text{Pr})^{1/4}}$ 
 $0 < \text{Pr} < \infty$ 
זרימה טרובולנטית:
המעבר לטרובולנציה תלוי במס' רייולי קריטי:  $Ra_{x,c} = Gr_{x,c} \cdot \text{Pr} = \left(\frac{g\beta(T-T_\infty)x^3}{\nu\alpha}\right) \approx 10^9$

פלטת אנכית ואיזותרמית:

$T_s = \text{const}$ 
 $Ra_L \leq 10^9$ 
 $\bar{Nu}_L = 0.68 + \frac{0.75\text{Pr}^{1/2}}{[1+(0.492/\text{Pr})^{9/16}]^{4/9}}$ 
עבור כל  $Ra_L$  זרימה למינרית או טרובולנטית:

$\bar{Nu}_L = \left[0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/4}}{[1+(0.492/\text{Pr})^{9/16}]^{4/9}}\right] \left[1 + \frac{0.492/\text{Pr}}{1+(0.492/\text{Pr})^{9/16}}\right]^{1/4}$ 
 $T_s = \text{const}$ 
פלטת אנכית איזותרמית:

Upper\_surface\_of\_heated\_plate\_or\_lower\_surface\_of\_cooled\_plate:

$\bar{Nu}_L = 0.54 Ra_L^{1/4} \quad 10^4 < Ra_L < 10^7$ 
 $\bar{Nu}_L = 0.15 Ra_L^{1/3} \quad 10^7 < Ra_L < 10^{11}$

Lower\_surface\_of\_heated\_plate\_or\_upper\_surface\_of\_cooled\_plate:

$\bar{Nu}_L = 0.27 Ra_L^{1/4} \quad 10^5 < Ra_L < 10^{10}$

גליל אופקי ארוך: עבור גליל מחומם:

$Nu_D = \left[0.6 + \frac{0.387 Ra_D^{1/4}}{[1+(0.559/\text{Pr})^{9/16}]^{4/9}}\right] \left[1 + \frac{0.492/\text{Pr}}{1+(0.492/\text{Pr})^{9/16}}\right]^{1/4}$ 
 $10^4 < Ra_D < 10^{12}$ 
 $0.7 < \text{Pr} < 50$

שילוב של הסעה מאולצת והסעה טבעית:

הסעה טבעית ומאולצת שונים כאשר  $(Gr_L / Re_D^2) = 1$ 
הסעה חופשית כאשר  $(Gr_L / Re_D^2) >> 1$ 
הסעה מאולצת כאשר  $(Gr_L / Re_D^2) << 1$ 
קורלציה עבור שילוב של הסעה מאולצת והסעה חופשית:

$Nu^n = Nu_{FC}^n + Nu_{NC}^n$ 
 $\rightarrow n=3$ 
 $\rightarrow$  assisting\_and\_transverse\_flows
 $\rightarrow$  opposing\_flows

תליחה:

$q''_s = h(T_s - T_{sat}) = h\Delta T_e$ 
 $T_{sat} \rightarrow$  saturation temp\_of\_liquid
 $\Delta T_e = T_s - T_{sat} \rightarrow$  excess temp

Pooling Boiling (1) תנועת נוזל עקב הסעה טבעית וערבוב ע"י תנועת בועות.

Forced Convection Boiling (2) מאולצת וערבוב ע"י תנועת בועות.

Sturated Boiling (3) כאשר טמפ' הנוזל טיפה יותר גבוהה מטיפ' הרוויה.

Subcooled Boiling (4) כאשר טמפ' הנוזל נמוכה מטימפ' הרוויה.

Free convection boiling ( $\Delta T_e < 5^\circ C$ ) \*
~ אין אדים.
Onset of nucleate boiling ( $\Delta T_e \approx 5^\circ C$ ) \*
Nucleate boiling ( $5 < \Delta T_e < 30^\circ C$ ) \*
א) בועות אדים מבודדות ( $5 < \Delta T_e < 10^\circ C$ )
ב) Jets and Columns ( $10 < \Delta T_e < 30^\circ C$ )
Critical heat flux  $q''_{max}$  ( $\Delta T_e = 30^\circ C$ ) \*
Film Boiling ( $\Delta T_e > 120^\circ C$ ) \*

Nucleate\_Boiling:  $\rightarrow q''_s = \mu_l h_{fg} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{C_{s,f} h_{fg} \text{Pr}_f}\right]^{1/2} \left[\frac{c_{p,l} \Delta T_e}{C_{s,f} h_{fg} \text{Pr}_f}\right]^{1/4}$ 
Roisenow Correlation

Critical\_Heat\_Flux:  $\rightarrow q''_{max} = Ch_{fg} \rho_l \left[\frac{\sigma g(\rho_l - \rho_v)}{\rho_l^2}\right]^{1/4}$

שטף החום הקריטי אינו תלוי בחומר המשטח.

C ~ תלוי בצורת המשטח: עבור גליל ארוך וכדור:  $C = \pi/24$

מחליפי חום:

מקדם מעבר חום כולל:
מקדם מעבר חום המבוטל על השטח הפנימי:  $U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{A_i \ln(r_o/r_i)}{2\pi k L} + \frac{A_i}{A_o} \frac{1}{h_o}}$ 
מקדם מעבר חום המבוטל על השטח הפנימי  $A_o$ :  $U_o = \frac{1}{\frac{1}{h_o} + \frac{A_o \ln(r_o/r_i)}{2\pi k L} + \frac{A_o}{A_i} \frac{1}{h_i}}$ 
Fouling factor \*  $R''_f = \frac{1}{U_{dirty}} - \frac{1}{U_{clean}}$

ביטוי כללי הכולל Fouling וצלעות:
הסעה בצד החם  $R_w$ : התנגדות תרמית של הקיר:  $\frac{1}{(\eta_o h A)_h}$ 
החלכה.

פילוג המירות עבור זרימה תמידית של זורם בלתי דחיס עם תכונות קבועות בתוך צינור:  $u(r=0) = -\frac{dp}{dx} \frac{r_o^2 - r^2}{4\mu}$

$u(0) = u_c = -\frac{dp}{dx} \frac{r_o^2}{4\mu}$ 
 $u_m = \frac{u_c}{2}$ 
מהירות ממוצעת:
זרימה מפותחת:  $f = \frac{-dp/dx}{\rho u_m^2/2} = \frac{D}{\rho u_m^2/2} \frac{D}{\rho u_m^2/2} = \frac{4}{\text{Re}_D}$ 
ניתן לחשב את מקדם החיכוך:  $C_f = \frac{\tau_s}{\rho u_m^2/2} = \frac{f}{4}$ 
עבור זרימה למינרית בצינור:  $f = \frac{64}{\text{Re}_D}$

עבור זרימה טרובולנטית בצינור חלק:  $\text{Peukhov} [4] \rightarrow f = (0.79 \ln \text{Re}_D - 1.64)^{-2} \quad 3000 \leq \text{Re}_D \leq 5 \times 10^6$

$f = 0.316 \text{Re}_D^{-1/4} \quad \text{Re}_D \leq 2 \times 10^4$ 
 $f = 0.184 \text{Re}_D^{-1/5} \quad \text{Re}_D \geq 2 \times 10^4$

מפל הלחץ עבור זרימה מפותחת מנק' אחת לשניה:  $\Delta P = P_1 - P_2 = f \frac{\rho u_m^2}{2D} (x_2 - x_1)$

הספק:  $\dot{Q} = \dot{m} \rho \dot{V}$ 
 $\dot{V} = [m^3/sec]$ 
 $P = [W]$ 
 $\dot{V} = \frac{\Delta p m}{\rho}$ 
קצב מעבר אנרגיה פנימית של הזרם:  $\dot{E}_t = \int_{A_c} \rho u c_p dA_c$ 
טמפי ממוצעת:  $T_m = \frac{\int_{A_c} \rho u c_p dA_c}{\dot{m} c_p}$ 
עבור זרימה בלתי דחיסה עם תכונות קבועות:  $T_m = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} u(x,r) (x,r) r dr$ 
חוק ניוטון עבור שטף חום מקומי:  $\dot{q}''_s = h(T_s - T_m)$ 
נחוג להגדיר מקדם הסעה h בצינור על סמך  $T_m$ :  $\dot{q}''_s = h(T_s - T_m)$ 
תמיד יהיה פונקציה של x.

מציאת פילוג הטמפי הממוצע לאורך הצינור  $T_m(x)$ :
פילוג ציירי:  $\frac{dT_m}{dx} = \frac{q''_s}{\dot{m} c_p} = \frac{P}{\dot{m} c_p} h(T_s - T_m)$

הערה: אם טמפי המים המירבית בחתך היציאה (הדופן) אזי טמפי המים הממוצעת בחתך היציאה מחושבת ע"י:  $T_m = T_s - \frac{11}{24} \left(\frac{q''_s r_o}{k}\right)$

מקרה מיוחד: שטף חום קבוע ( $q''_s = \text{const}$ ): פילוג לינארי:  $T_m(x) = T_{m,i} + \frac{q''_s}{\dot{m} c_p} x$ 
ואז קצב מעבר חום כללי:  $q_{conv} = q''_s PL$

מקרה מיוחד: טמפרטורת המשטח קבועה ( $T_s = \text{const}$ ):

$\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = \frac{T_s - T_{m,o}}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left(\frac{-PL \bar{h}}{\dot{m} c_p}\right) = \exp\left(\frac{-\bar{h} A_s}{\dot{m} c_p}\right)$

קצב מעבר חום כללי:  $q_{conv} = \bar{h} A_s \Delta T_{lm}$

קורלציות בזרימה פנימית:
זרימה מפותחת:
זרימה למינרית בצינור:  $(1)$

מס' Nu מקומי קבוע באיזור המפותח אך אורכו תלוי בתנאים התרמיים של המשטח.

$Nu_D = \frac{hD}{k} = 4.36$ 
 $q''_s = \text{const}$ 
א) שטף חום אחיד:

$\text{Re}_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu}$ 
 $Nu_D = \frac{hD}{k} = 3.66$ 
 $T_s = \text{const}$ 
ב) טמפרטורה אחידה:

$Newton's\_low\_of\_cooling \rightarrow q''_s = h(T_{s,o} - T_{m,o})$ 
זרימה טרובולנטית בצינור:  $C_f = \frac{f}{2} = \frac{St \text{Pr}^{1/3}}{\text{Re}_D \text{Pr}^{2/3}}$

קורלציות אמפיריות עבור זרימה טרובולנטית:
עבור משטח חלק זרימה טרובולנטית מפותחת:  $(1)$

$(0.7 < \text{Pr} < 16700)$ 
 $Nu_D = 0.023 \text{Re}_D^{4/5} \text{Pr}^{1/3}$ 
cooling  $\rightarrow$  Dittus-Boelter ( $0 < T_s - T_m$ )
heating  $\rightarrow$  Dittus-Boelter ( $T_s > T_m$ )

קורלציות שלוקחת בחשבון את היספוסו של הקיר:  $(2)$

$(0.5 < \text{Pr} < 16700)$ 
 $Nu_D = \frac{(f/8)(\text{Re}_D - 1000)\text{Pr}}{1 + 12.7(f/8)^{1/2}(\text{Pr}^{2/3} - 1)}$ 
 $\rightarrow$  Gnielinski

יש לחשב את התכונות לפי  $T_m$ .
צינורות לא עגולים:  $D_h = \frac{4A_c}{P}$ 
קוטר הידראולי:
עבור זרימה טרובולנטית תנין להשתמש שתי הקורלציות מעלה.

זרימה למינרית משתמשים בטבלאה 8.1.
איזור כניסה:
זרימה למינרית בצינור מעגלי  $(1)$

$\bar{Nu}_D = 3.66 + \frac{0.0668(D/L)\text{Re}_D \text{Pr}}{1 + 0.04[(D/L)\text{Re}_D \text{Pr}]^{1/4}}$ 
for  $\text{Pr} > 5$ 
Thermal Entry Length

Combined Entry Length
 $\Rightarrow [\text{Re}_D \text{Pr}(L/D)]^{1/3} (\mu/\mu_s)^{0.14} > 2: \bar{Nu}_D = 1.86 \left(\frac{\text{Re}_D \text{Pr}}{L/D}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$ 
 $0.0044 < \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14} < 9.75$ 
 $\bar{Nu}_D = 3.66$

$\Rightarrow [\text{Re}_D \text{Pr}(L/D)]^{1/3} (\mu/\mu_s)^{0.14} < 2: \bar{Nu}_D = 3.66$

הסעה טבעית:

הסעה חופשית היא תנועת זורם כתוצאה מכוחות גוף (למשל גרביטציה) הפועלים על זורם שיש בו גרדיאנטים של צפיפות. התוצאה היא כוחות ציפה. גרדיאנט הטמפרטורה:  $\text{Stable} \rightarrow \frac{dT}{dx} < 0, \frac{d\rho}{dx} > 0$  /  $\text{Unstable} \rightarrow \frac{dT}{dx} > 0, \frac{d\rho}{dx} < 0$

פלטת מחוממת אנכית:

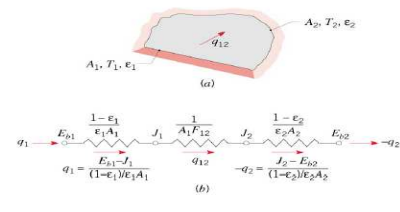
משוואת התנע בכיוון x עבור זרימה למינרית:  $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ 
שימור מסה:  $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ 
מקדם התפשטות תרמית:  $\beta = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$ 
tables  $\rightarrow$  A5, A6 ideal\_gas;  $\beta = 1/T(K)$

המהירות  $u_o$  היא מהירות שרירותית,
 $u_o^2 = g\beta(T_s - T_\infty)L \rightarrow \text{Re}_L = \frac{u_o L}{\nu} = \left(\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}\right)^{1/2} = Gr_L^{1/2}$ 
פתרון דמויות עבור זרימה למינרית על פני לוח אנכי:

$\text{Pr} > 2: \delta = 5x \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{-1/4} = 7.07 \frac{x}{(Gr_x)^{1/4}}$

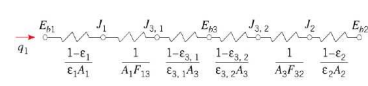
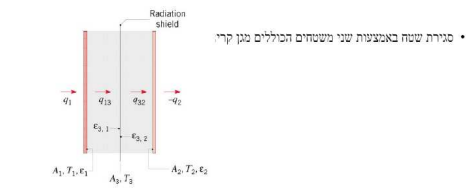


**סגירת משטח המורכב משני משטחים**



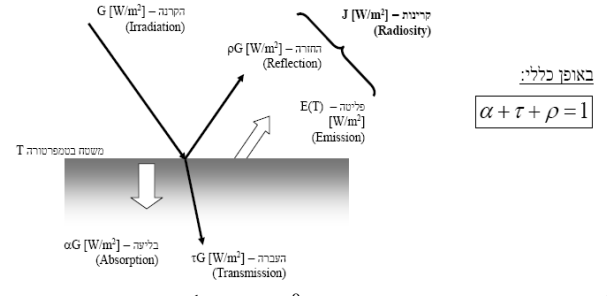
$$q_1 = -q_2 = q_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}}$$

**מגן קרינה (Radiation shield)**



**קרינה בין שני משטחים:**

$$q_{rad} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$



$$\alpha + \rho = 1 \quad \tau = 0$$

גוף שחור: בולע את כל הקרינה בכל ארכי הגל ולכן \$\alpha = 1\$  
 \*פליטה מגו או חומר (חצי-) שקוף היא תופעה נפרדת. לעומת זאת פליטה מחומר אטום היא תופעה משטחית.  
 \* קרינה מאופיינת ע"י אורך גל ותדירותה  
 \* \$c\$ היא מהירות האור הוואקום. \$c = c\_0 = 2.998 \times 10^8\$ [m/sec]  
 \* קרינה תרמית באזורים: האינפרה-אדום, תחום נראה והאולטרה-סגול של הספקטרום \$0.1 < \lambda < 100 \mu m\$.  
 (1) כמות הקרינה הנפלטת ע"י משטח אטום תלויה באורך גל.  
 (2) כמות הקרינה הנפלטת ע"י משטח גם תלויה בכיוון.

**גוף שחור:**

\* אין משטח בטמפרטורת מסוימת ובאורך גל מסויים שפולט יותר אנרגיה מגוף שחור.  
 \*גוף שחור הוא פולט מפורז.  
 \*גוף שחור בולע את כל הקרינה הפוגעת.

**קרינה בין משטחים:**

אנליזה עבור סגירת שטח הכולל 2 או יותר משטחים שביניהם יש מעבר חום בקרינה.  
**הנחות:**  
 \*הגו או נוזל בתוך השטח הסגור לא פולט, בולע או מפורז קרינה. אין השפעה על מעבר קרינה בין משטחים.  
 \*כל משטח הוא איזותרמי, אטום, מפורז, אפר ומאופיין על ידי קרינות Radiosity והקרנה Irradiation אחידה.

**מקדם צורה:**

פרמטר גיאומטרי המגדיר את חלק הקרינה העוברת את משטח \$i\$ ומגיעה למשטח \$j\$: \$F\_{ij} = \frac{q\_{i \rightarrow j}}{A\_i J\_i}\$  
 ביטוי כללי עבור \$F\_{ij} = \frac{1}{A\_i} \int\_{A\_i} \int\_{A\_j} \frac{\cos \theta\_i \cos \theta\_j}{\pi R^2} dA\_i dA\_j\$  
 \$F\_{ji} = \frac{1}{A\_j} \int\_{A\_j} \int\_{A\_i} \frac{\cos \theta\_i \cos \theta\_j}{\pi R^2} dA\_i dA\_j\$     \$A\_i F\_{ij} = A\_j F\_{ji}\$: Reciprocity Relation\*

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1: \text{Summation Rule for Enclosures}^*$$

כדי לחשב חילופי קרינה בין \$N\$ משטחים דרושים \$N(N-1)/2\$ תוצאות עבור גיאומטריות שונות קיימים בטבלאות ובצורה גראפית Table 13.1, 13.2 & Figures 13.4-13.6  
 אנליות קרינה כללית עבור החלפת קרינה בין \$N\$ משטחים אטומים (Opaque), מפורזים (diffuse), ואפורים (gray) בסגירת שטח. (\$\epsilon\_i = \alpha\_i = 1 - \rho\_i\$)

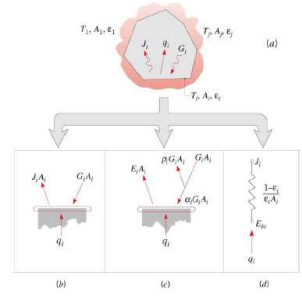
\* ביטויים עבור קצב מעבר קרינה נטו מהמשטח \$i\$:

$$q_i = A_i (J_i - G_i) \rightarrow \text{Fig. (b)} \quad (1)$$

$$q_i = A_i (E_i - \alpha_i G_i) \rightarrow \text{Fig. (c)} \quad (2)$$

$$q_i = \frac{E_i - J_i}{(1-\epsilon_i)/\epsilon_i A_i} \rightarrow \text{Fig. (d)} \quad (3)$$

התנגדות קרינה עבור המשטח



**החלפת חום בין מספר משטחים:**

$$E_{bi} = \sigma T_i^4 \quad J_i = \sigma T_i^4 \rightarrow E_{bi} \neq J_i$$

מאזן קרינה עבור משטח \$i\$:

$$q_i = \sum_{j=1}^N A_j F_{ji} (J_i - J_j) = \sum_{j=1}^N \frac{(J_i - J_j)}{(A_i F_{ji})^{-1}}$$

$$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{(1-\epsilon_i)/\epsilon_i A_i} \quad \left\{ \begin{array}{l} E_{bi} = J_i \\ \frac{E_{bi} - J_i}{(1-\epsilon_i)/\epsilon_i A_i} = \sum_{j=1}^N \frac{(J_i - J_j)}{(A_i F_{ji})^{-1}} \end{array} \right.$$

משתמשים במאזן הזה על מנת למצוא את \$J\_i\$ של הלוח האפור.  
**החלפת קרינה בין גופים שחורים:**

עבור גוף שחור: \$E\_{bi} = J\_i\$  
 מעבר קרינה נטו בין שני משטחים המקורבים כגופים שחורים:  
 $q_{i \rightarrow j} = q_j - q_{j \rightarrow i} \quad q_{i \rightarrow j} = A_i F_{ij} E_{bi} - A_j F_{ji} E_{bj}$   
 $q_{i \rightarrow j} = A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$

\* מעבר קרינה נטו ממשטח \$i\$ עם \$N\$ משטחים בסגירת השטח:

$$q_i = \sum_{j=1}^N A_j F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$