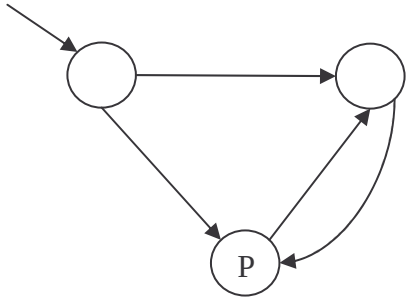
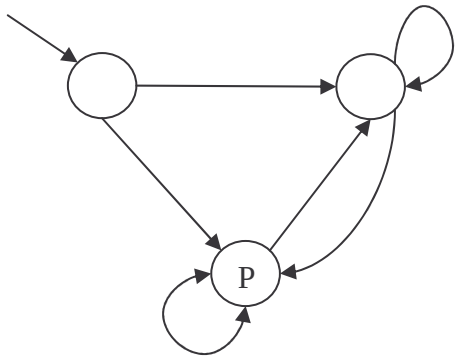
$AF\left(EG_p\right)$ לכל המסלולים בעתיד (קיים מסלול שבו תמיד P) - לא מתקיים!!!



$AF\left(EG_p\right)$ לא מתקיים, כי קיים המסלול האינסופי במעגל ללא P.



מבנה קריפקה $M=\left(S,S_0,R,L\right)$

$M,s\models f$ עבור נוסחת מצב f ו $s\in S$ (מצב)

$M,\pi\models g$ עבור נוסחת מסלול g

$M\models f$ אם עבור כל $s_0\in S_0$ (מצב התחלתי) מתקיים $M,s_0\models f$

הגדרה אינדוקטיבית:
נסמן ב f נוסחאות מצב ונסמן ב g נוסחת מסלול.

$s\models p$ כאשר $p\in Ap\left(M\right)$, $p\in L\left(S\right)$

$s\models\neg f$ אם $s\not\models f$ כאשר f נוסחת מצב.

$s\models f_1\vee f_2$ אם $s\models f_1$ או $s\models f_2$

$s\models Eg$ אם קיים מסלול π שמתחיל מ s כך ש $\pi\models g$ $\left(Exist\right)$

$\pi\models f$ אם s_0, המצב ההתחלתי של π מקיים $s_0\models f$

$\pi\models\neg g$ אם $\pi\not\models g$

$\pi\models g_1\vee g_2$ אם $\pi\models g_1$ או $\pi\models g_2$

$\pi\models Xg$ אם $\pi^1\models g$ $\left(neXt\right)$

$\pi\models g_1Ug_2$ אם קיים $k\geq 0$ כך ש $\pi^k\models g_2$ ולכל $i<k$ מתקיים $\pi^i\models g_1$ $\left(Until\right)$

$\pi\models g_1Rg_2$ אם לכל $j\geq 0$ אם לכל $i<j$, $\pi^i\not\models g_1$ אזי $\pi^i\models g_2$ $\left(Release\right)$

CTL^*: אופרטורים אחרים ניתנים להגדרה ע"י האופרטורים הנ"ל:

$Ag = \neg E \neg g$

(לכל מסלול מתקיימת נוסחת מסלול g זה כמו לומר שלא קיים מסלול בו לא מתקיימת g)

$Fg = TrueUg$

$Gg = \neg F \neg g$

(תמיד מתקיימת נוסחת המסלול g זה כמו לומר שלא קיים מצב עתידי בו היא לא מתקיימת)

$g_1 R g_2 = \neg(\neg g_1 U \neg g_2)$

(g_1 משחררת את g_2 זה כמו לומר ההפך מ (g_1 לא) מתקיים עד שמתקיים (g_2 לא))

AX	EX
AG	EG
AF	EF
$A(f_1 U f_2)$	$E(f_1 U f_2)$
$A(f_1 R f_2)$	$E(f_1 R f_2)$

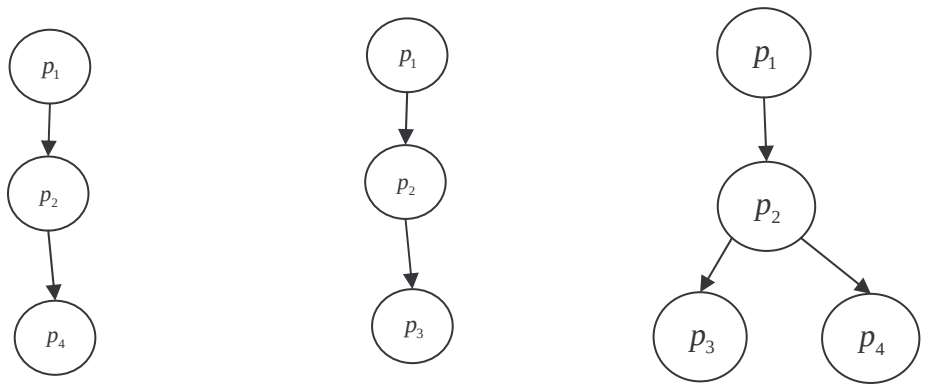
כל אלה שייכים ל CTL ורק אלה. FGp למשל לא שייך.

CTL: אם $p \in AP$ אזי $p \in CTL$

אם $f_1, f_2 \in CTL$ אזי $\neg f_1$, $f_1 \vee f_2$ הן גם כן נוסחאות CTL.

LTL: - לוגיקה עיתית ליניארית Linear temporal logic

לא כוללת כמתי מסלול.



Linear Time Logic Branching Time Logic

יש הבדל בין שתי צורות הבדיקה (הימנית לעומת שתי השמאליות).

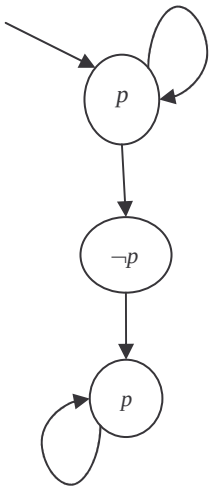
בימנית בנקודה p_2 עוד לא נעשתה ההחלטה לאן לנוע.

ב CTL יש אפשרות בחירה בעתיד.

ב LTL אין אפשרות בחירה בעתיד.

$LTL: A(FGp)$ - מתקיים (לכל מסלול בעתיד תמיד יתקיים p) - זה נכון גם עבור המסלול האינסופי שנשאר תמיד למעלה, וגם למסלול שעובר מתישהו למטה.

$CTL: AF(AG_p)$ - לא מתקיים - (לכל מסלול, בעתיד לכל המשך של המסלול יתקיים תמיד p) - זה לא עבור המסלול שנשאר תמיד למעלה, כי קיימים לו המשכים שיורדים למטה, ובהם לא מתקיים תמיד p.



סיבוכיות בדיקת מודל:

$CTL: \quad O(|M| \cdot |f|)$

כאשר $|M|$ הוא מספר המצבים במבנה M ו $|f|$ הוא אורך הנוסחה f.

$LTL: \quad O(|M| \cdot 2^{|f|})$

לכאורה LTL בסיבוכיות יותר גבוהה מ CTL אבל זה נובע רק מצורת הכתיבה:
ניתן לרשום למשל:

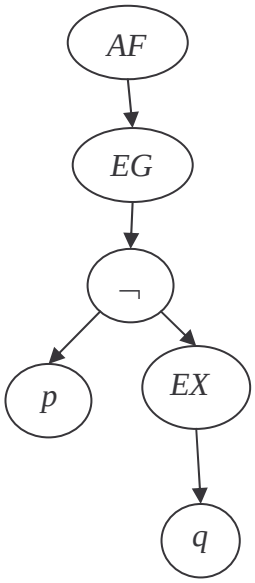
עבור CTL: $O(2^{|R(M)|} \cdot |f|)$ כאשר $|R(M)|$ הוא מספר הביטים הדרושים לייצוג המבנה M,

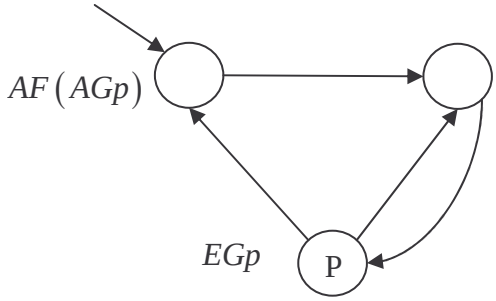
עבור LTL: $O(2^{|R(M)|} \cdot 2^{|f|})$

אלגוריתם בדיקת מודל (model-checking) ל CTL
Explicit model checking בדיקת מודל מפורטת - אלגוריתם העובד ישירות על הגרף (מבנה קריפקה).
בהינתן מבנה קריפקה $M = (S, S_0, R, L)$ ונוסחת CTL, f, נחשב את קבוצת המצבים ב M אשר מספקים את f.
נגדיר: $S_f = \{s \in S \mid M, s \models f\}$ הקבוצה הנ"ל.
נבדוק האם $S_0 \subseteq S_f$ - האם קבוצת המצבים ההתחלתיים מוכלת ב S_f.
אם כן אז $M \models f$ ואם לא אז $M \not\models f$.

לדוגמה: $AF\left(EG\neg\left(p \vee EXq\right)\right)$

בעת טיפול ברמה ה i בעץ נבנה על כך שתחילת הנוסחאות ברמות נמוכות יותר כבר טופלו. כלומר כל תת נוסחה מרמה נמוכה יותר מסומנת במצבים שמספקים אותה.





1. נוסחה אטומית g:

לכל s: $label\left(s\right)=L\left(s\right)$

2. סימון $\neg g$: אם $g \notin label\left(s\right)$ אזי $label\left(s\right)=label\left(s\right)\cup\left\{'\neg g'\right\}$

3. $f_1 \vee f_2$: אם $f_1 \in label\left(s\right)$ או $f_2 \in label\left(s\right)$ אזי $label\left(s\right)=label\left(s\right)\cup\left\{' f_1 \vee f_2 '\right\}$

4. EXf_1: אם קיים מצב s' כך ש $\left(s,s'\right)\in R$ וגם $f_1 \in label\left(s'\right)$ אזי

$label\left(s\right)=label\left(s\right)\cup\left\{EXf_1\right\}$

5. $E\left(f_1Uf_2\right)$: נסתמך על השוויון: $E\left(f_1Uf_2\right)=f_2 \vee \left(f_1 \wedge EXE\left(f_1Uf_2\right)\right)$

א. מצא את כל המצבים s עבורם $f_2 \in label\left(s\right)$. עבור כל מצב s כזה:

$label\left(s\right)=label\left(s\right)\cup\left\{E\left(f_1Uf_2\right)\right\}$

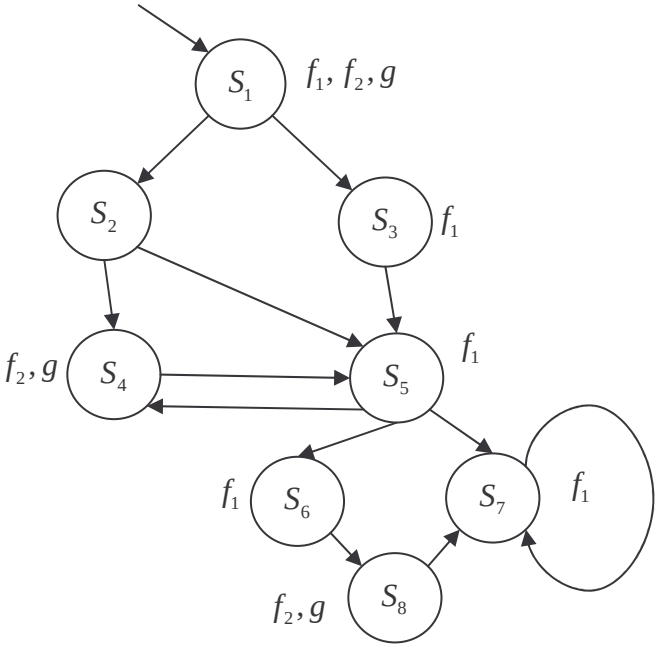
ב. לכל מצב s עבורו מתקיים $E\left(f_1Uf_2\right)\in label\left(s\right)$ בצע סריקה אחורנית וסמן כל מצב בו מתקיים f_1. חזור על ב' עד שלא סומנו מצבים חדשים.

אם קיים s' עבורו $\left(s,s'\right)\in R$ וגם $E\left(f_1Uf_2\right)\in label\left(s'\right)$ ו $f_1 \in label\left(s\right)$ אזי

$label\left(s\right)=label\left(s\right)\cup\left\{E\left(f_1Uf_2\right)\right\}$

דוגמה:

$g = E\left(f_1 U f_2 \right)$



1. s_1, s_4, s_8
2. s_5, s_6
3. s_3