<u>הגדרה:</u> החישוב של מכונת טיורינג M על קלט x (סופית או אינסופית) של קונפיגורציות $c_0, c_1, c_2, \ldots$ המקיימת:

א. c_0 היא הקונפיגורציה התחילית של M על x. $c_0 = (x, q_0, 1)$

ב. לכל i: $c_i \mid \frac{1}{M} c_{i+1}$

ג. אם הסדרה סופית אזי הקונפיגורציה האחרונה בסדרה c_l היא קונפיגורציה סופית.

<u>הגדרה:</u> הפונקציה המחושבת ע"י מ"ט M, מסומנת ע"י $f_M : \Sigma^* \to \Gamma^*$.

עבור כל קלט x, $f_M(x)$ מוגדר אם ורק אם סדרת החישוב של M על x סופית.

אם הסדרה אכן סופית ו $c_l = (\alpha, q, i)$ היא הקונפיגורציה האחרונה בסדרה אז $f_M(x) \triangleq \alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_{i-1}$ הוא הפלט של המכונה.

<u>דוגמה:</u> $f(x) = x \cdot x$ כך ש $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$

למשל $f(abcd) = abcdabcd$

רעיון: נסמן שלושה סוגי אותיות:

Σ - אותיות קלט שכבר הועתקו.

Σ' - אותיות קלט שעדין לא הועתקו.

Σ'' - אותיות שאינן חלק מהקלט.

למשל מצב אפשרי הוא $abc'd'a''b''$

מכאן נתקדם ל $abcda''b''c''d''$

ולבסוף ל $abcdabcd$

רוצים שההגדרה תהיה "חזקה מספיק"
<u>שקילות מודלים</u>
מכונת טיורינג – וריאנטים חזקה יותר של מכונת טיורינג – מכונת RAM

מודל $\equiv$ אוסף של אובייקטים שלכל אחד מהם ניתן להתאים את הפונקציה שהאובייקט מחשב.

שני מודלים יקראו שקולים אם אוסף הפונקציות הניתנות לחישוב ע"י אובייקטים במודל זהה.

דוגמה: מ"ט מהירה – זהה למ"ט למעט $\delta(Q\setminus F)\times\Gamma\to Q\times\Gamma\times\{L,R,S,LL,RR\}$ (אפשר לנוע שני צעדים בנוסף לאפשרות לנוע צעד אחד).

<u>טענה:</u> מודל מ"ט מהירה שקול למודל מ"ט.
הוכחה: שני כיווני הוכחה.
א. כמובן שכל פונקציה הניתנת לחישוב ע"י מ"ט רגילה ניתן לחישוב ע"י מ"ט מהירה (מ"ט רגילה היא מקרה פרטי של מ"ט מהירה).
ב. בהינתן מ"ט מהירה M_1 המחשבת את הפונקציה f_{M_1} נרצה לתאר מ"ט רגילה M_2 שמחשבת אותה פונקציה.
$Q_2 = Q_1 \cup Q_1^R \cup Q_1^L$
אם $\delta_1(q,a)=(p,b,X\in\{S,L,R\})$ אז $\delta_2=\delta_1$.
אם $\delta_1(q,a)=(p,b,RR)$ אז $\delta_1(q,a)=(p^R,b,R)$ ובנוסף $\delta_2(q^R,a)=(q,a,R)$
אם $\delta_1(q,a)=(p,b,LL)$ אז $\delta_1(q,a)=(p^L,b,L)$ ובנוסף $\delta_2(q^L,a)=(q,a,L)$
(הכוונה היא ש $q^R\in Q^R$ ו $q^L\in Q^L$)

<u>"נכונות הבניה"</u> (הוכחות באינדוקציה)

אם $c_1 \mid {}_{M_1}^{t}c_2$ אז $c_1 \mid {}_{M_2}^{t'}c_2$ כך ש $t\le t'\le 2t$.

בפרט נובע כי הפלט של M_2 על x זהה לפלט של M_1 על x.

<u>דוגמה:</u>
מודל מ"ט k-סרטית ($k\ge 2$ קבוע) במקום סרט אחד למכונה יש k סרטים.
במצב ההתחלתי הסרט הראשון כמו במ"ט רגילה, ושאל הסרטים מלאים בבלנקים.
הראשים הקוראים כותבים נמצאים בתחילת כל הסרטים.
בכל רגע מחליטים לאן לעבור על סמך האותיות שמול כל k הראשים, וניתן לכתוב בכל אחד מהם, ובכל אחד מהם לנוע לכיוון כלשהו.
פורמלית, ההבדל הוא רק בפונקצית המעברים: $\delta(Q\setminus F)\times\Gamma^k\to Q\times\Gamma^k\times\{L,R,S\}^k$
הקלט והפלט ניתנים על הסרט הראשון בלבד, כמו במ"ט רגילה.

<u>דוגמה:</u>
נתבונן בפונקציה $f(x)=x\cdot x$
נתאר מ"ט דו סרטית המחשבת אותה.
א. כתוב על סרט 2 אות חדשה $. העתק אחת אחת את אותיות x לסרט 2 מסרט 1.
ב. נחזיר את הראש של סרט 2 להתחלה עד ל $. העתק את כל האותיות מלבד ה $ מסרט 2 אחת אחת אל סרט 1.

<u>טענה:</u> מודל מכונת טיורינג דו סרטית (וקל להוכיח באופן דומה על K סרטית) שקול למודל מ"ט (חד סרטית).

<u>הוכחה:</u>

א. אם M_1 מ"ט חד סרטית המחשבת פונקציה f_{M_1} אז נבנה מכונה M_2 דו סרטית שקולה לה. (פשוט מתעלמים מהסרט השני). אם $\delta_1(q,a)=(p,b,d)$ אז $\forall c:\delta_2(q,a,c)\to(p,b,c,d,S)$

ב. אם M_2 מ"ט דו סרטית המחשבת פונקציה f_{M_2} אז נבנה מכונה M_1 דו סרטית שקולה לה:

אתחול: נוסיף ' (טאג) לאות הראשונה בקלט, נוסיף $ במקום הבלנק הראשון, ובמקום הבלנק השני נשים בלנק עם טאג '$\not{b}$. לאחר מכן נזיז את הראש אל האות הראשונה בקלט (נזהה אותה באמצעות הטאג).

בתחילת סימולציה של צעד הראש של M_1 באותו מקום כמו הראש הראשון של M_2.

- איסוף אינפורמציה: המצב של M_2 - 2 האותיות שהראשים של M_2 קוראים.
- ההחלטה של M_2: המצב הבא, שתי האותיות לכתיבה, ולאילו שני כיוונים נעים הראשים.
- ביצוע.